This is a digital copy of a book that was preserved for generations on library shelves before it was carefully scanned by Google as part of a project to make the world's books discoverable online.

It has survived long enough for the copyright to expire and the book to enter the public domain. A public domain book is one that was never subject to copyright or whose legal copyright term has expired. Whether a book is in the public domain may vary country to country. Public domain books are our gateways to the past, representing a wealth of history, culture and knowledge that's often difficult to discover.

Marks, notations and other marginalia present in the original volume will appear in this file - a reminder of this book's long journey from the publisher to a library and finally to you.

Usage guidelines

Google is proud to partner with libraries to digitize public domain materials and make them widely accessible. Public domain books belong to the public and we are merely their custodians. Nevertheless, this work is expensive, so in order to keep providing this resource, we have taken steps to prevent abuse by commercial parties, including placing technical restrictions on automated querying.

We also ask that you:

+ *Make non-commercial use of the files* We designed Google Book Search for use by individuals, and we request that you use these files for personal, non-commercial purposes.

+ *Refrain from automated querying* Do not send automated queries of any sort to Google's system: If you are conducting research on machine translation, optical character recognition or other areas where access to a large amount of text is helpful, please contact us. We encourage the use of public domain materials for these purposes and may be able to help.

+ *Maintain attribution* The Google "watermark" you see on each file is essential for informing people about this project and helping them find additional materials through Google Book Search. Please do not remove it.

+ *Keep it legal* Whatever your use, remember that you are responsible for ensuring that what you are doing is legal. Do not assume that just because we believe a book is in the public domain for users in the United States, that the work is also in the public domain for users in other countries. Whether a book is still in copyright varies from country to country, and we can't offer guidance on whether any specific use of any specific book is allowed. Please do not assume that a book's appearance in Google Book Search means it can be used in any manner anywhere in the world. Copyright infringement liability can be quite severe.

About Google Book Search

Google's mission is to organize the world's information and to make it universally accessible and useful. Google Book Search helps readers discover the world's books while helping authors and publishers reach new audiences. You can search through the full text of this book on the web at `http://books.google.com/`

Über dieses Buch

Dies ist ein digitales Exemplar eines Buches, das seit Generationen in den Regalen der Bibliotheken aufbewahrt wurde, bevor es von Google im Rahmen eines Projekts, mit dem die Bücher dieser Welt online verfügbar gemacht werden sollen, sorgfältig gescannt wurde.

Das Buch hat das Urheberrecht überdauert und kann nun öffentlich zugänglich gemacht werden. Ein öffentlich zugängliches Buch ist ein Buch, das niemals Urheberrechten unterlag oder bei dem die Schutzfrist des Urheberrechts abgelaufen ist. Ob ein Buch öffentlich zugänglich ist, kann von Land zu Land unterschiedlich sein. Öffentlich zugängliche Bücher sind unser Tor zur Vergangenheit und stellen ein geschichtliches, kulturelles und wissenschaftliches Vermögen dar, das häufig nur schwierig zu entdecken ist.

Gebrauchsspuren, Anmerkungen und andere Randbemerkungen, die im Originalband enthalten sind, finden sich auch in dieser Datei – eine Erinnerung an die lange Reise, die das Buch vom Verleger zu einer Bibliothek und weiter zu Ihnen hinter sich gebracht hat.

Nutzungsrichtlinien

Google ist stolz, mit Bibliotheken in partnerschaftlicher Zusammenarbeit öffentlich zugängliches Material zu digitalisieren und einer breiten Masse zugänglich zu machen. Öffentlich zugängliche Bücher gehören der Öffentlichkeit, und wir sind nur ihre Hüter. Nichtsdestotrotz ist diese Arbeit kostspielig. Um diese Ressource weiterhin zur Verfügung stellen zu können, haben wir Schritte unternommen, um den Missbrauch durch kommerzielle Parteien zu verhindern. Dazu gehören technische Einschränkungen für automatisierte Abfragen.

Wir bitten Sie um Einhaltung folgender Richtlinien:

+ *Nutzung der Dateien zu nichtkommerziellen Zwecken* Wir haben Google Buchsuche für Endanwender konzipiert und möchten, dass Sie diese Dateien nur für persönliche, nichtkommerzielle Zwecke verwenden.

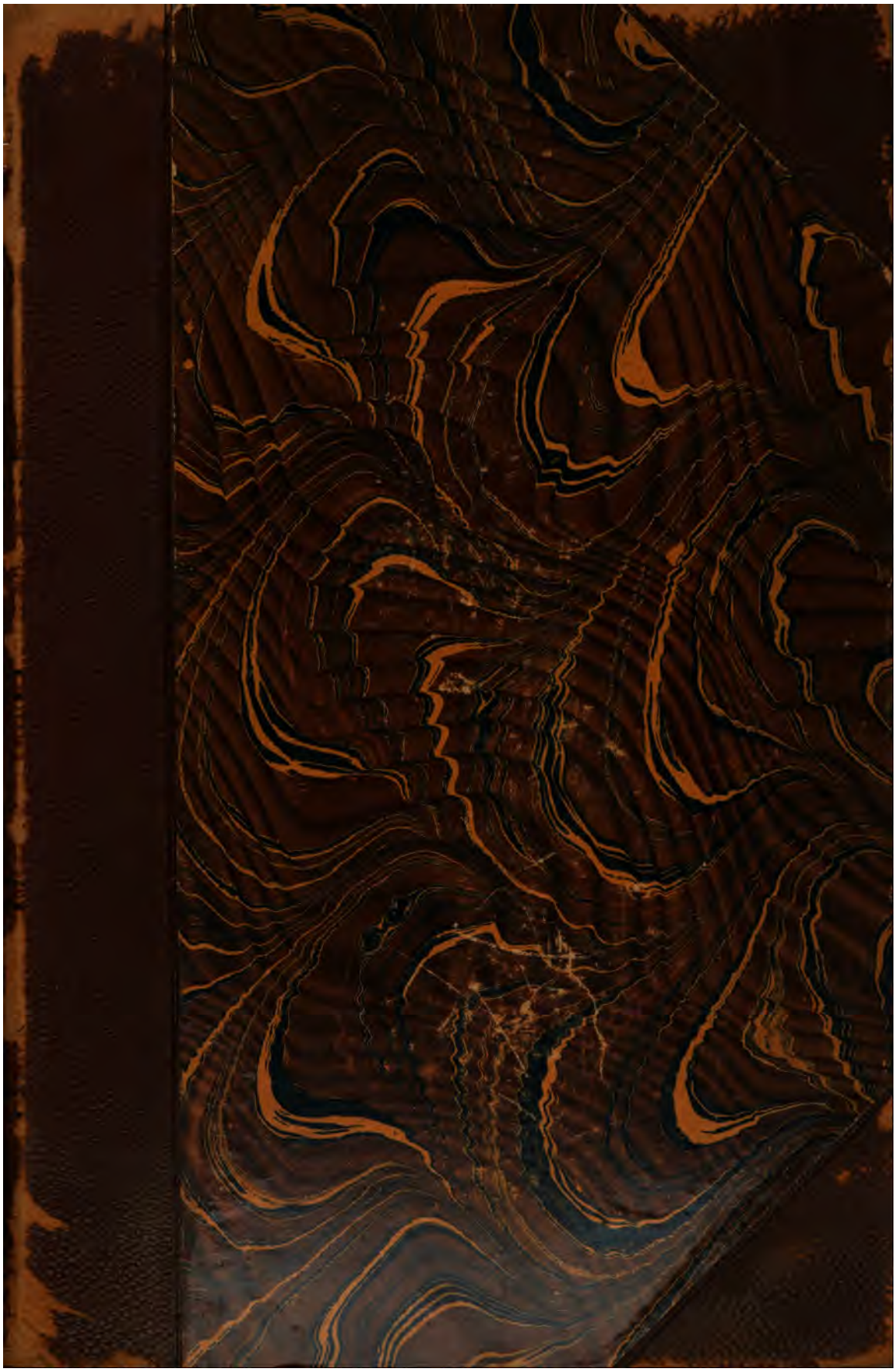
+ *Keine automatisierten Abfragen* Senden Sie keine automatisierten Abfragen irgendwelcher Art an das Google-System. Wenn Sie Recherchen über maschinelle Übersetzung, optische Zeichenerkennung oder andere Bereiche durchführen, in denen der Zugang zu Text in großen Mengen nützlich ist, wenden Sie sich bitte an uns. Wir fördern die Nutzung des öffentlich zugänglichen Materials für diese Zwecke und können Ihnen unter Umständen helfen.

+ *Beibehaltung von Google-Markenelementen* Das "Wasserzeichen" von Google, das Sie in jeder Datei finden, ist wichtig zur Information über dieses Projekt und hilft den Anwendern weiteres Material über Google Buchsuche zu finden. Bitte entfernen Sie das Wasserzeichen nicht.

+ *Bewegen Sie sich innerhalb der Legalität* Unabhängig von Ihrem Verwendungszweck müssen Sie sich Ihrer Verantwortung bewusst sein, sicherzustellen, dass Ihre Nutzung legal ist. Gehen Sie nicht davon aus, dass ein Buch, das nach unserem Dafürhalten für Nutzer in den USA öffentlich zugänglich ist, auch für Nutzer in anderen Ländern öffentlich zugänglich ist. Ob ein Buch noch dem Urheberrecht unterliegt, ist von Land zu Land verschieden. Wir können keine Beratung leisten, ob eine bestimmte Nutzung eines bestimmten Buches gesetzlich zulässig ist. Gehen Sie nicht davon aus, dass das Erscheinen eines Buchs in Google Buchsuche bedeutet, dass es in jeder Form und überall auf der Welt verwendet werden kann. Eine Urheberrechtsverletzung kann schwerwiegende Folgen haben.

Über Google Buchsuche

Das Ziel von Google besteht darin, die weltweiten Informationen zu organisieren und allgemein nutzbar und zugänglich zu machen. Google Buchsuche hilft Lesern dabei, die Bücher dieser Welt zu entdecken, und unterstützt Autoren und Verleger dabei, neue Zielgruppen zu erreichen. Den gesamten Buchtext können Sie im Internet unter `http://books.google.com` durchsuchen.



Phys 2768.98

Harvard College Library

FROM THE BEQUEST OF

GEORGE HAYWARD, M.D.,

OF BOSTON,

(Class of 1809).

20 June 1899.

SCIENCE CENTER LIBRARY

der

1055

A. Righi.

Die Optik der elektrischen Schwingungen.

Die Optik

der

elektrischen Schwingungen.

Experimental-Untersuchungen

über

elektromagnetische Analoga zu den wichtigsten Erscheinungen der Optik.

Von

Augusto

A. Righi,

O. Professor der Physik an der Universität Bologna.

Nebst Zusätzen des Verfassers ins Deutsche übertragen

von

B. Dessau,

Privatdozent an der Universität Bologna.

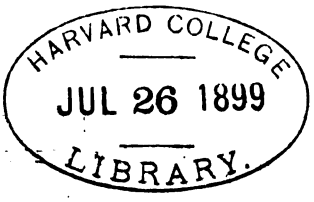
Mit 40 Abbildungen.

Leipzig,

O. R. Reisland.

1898.

Phys 2768.98
~~Phys 2768.98~~



Hayward fund

Vorwort.

Nachdem im Jahre 1888 Heinrich Hertz die Aufgabe gelöst hatte, Strahlen elektrischer Kraft zu erzeugen und den Nachweis zu führen, dass dieselben wie die Lichtstrahlen der Reflexion, der Brechung und der Interferenz unterliegen, begann eine grosse Anzahl von Forschern jene denkwürdigen Versuche zu wiederholen, sie zu bestätigen und zu erweitern. Ohne Zweifel haben diese Arbeiten wichtige Einzelfragen aufgeklärt oder sind auf andere Weise der Wissenschaft von grossem Nutzen gewesen; zur Stütze der Analogie zwischen den elektrischen Schwingungen und den Lichtschwingungen indessen haben dieselben, mit Ausnahme gewisser Versuche über die Reflexion oder über die Konzentrierung der Strahlen durch eine grosse Sammellinse, nur wenig beigetragen.

Und doch liegt nach meiner Ansicht die bedeutsamste Seite des Hertz'schen Werkes gerade in jener Analogie; denn mit dem experimentellen Nachweis einer intimen und vollständigen Analogie zwischen den beiden Klassen von Erscheinungen muss Maxwell's Auffassung von der elektromagnetischen Natur der Lichterscheinungen ausserordentlich an Sicherheit gewinnen.

Der Grund, weshalb in dieser Richtung nur so geringe Fortschritte gemacht wurden, ist leicht einzusehen. Man braucht sich nur erinnern, dass die kleinste Wellenlänge, mit welcher Hertz operierte, ungefähr 66 Zentimeter betrug, und dass auch diejenigen, die das Werk des grossen Forschers fortsetzten, bei diesem Betrage oder bei sehr wenig kleineren Beträgen stehen blieben. Wollte man nun mit elektromagnetischen Wellen von dieser Länge ausser der Reflexion und

Brechung auch die anderen Erscheinungen der Optik reproduzieren, so würden die erforderlichen Apparate im allgemeinen so grosse Dimensionen erhalten müssen, dass sie praktisch unausführbar würden; denn bei Körpern von zu kleinen Dimensionen würden Beugungserscheinungen, die jeden anderen Vorgang verdecken könnten, nicht zu vermeiden sein.

Weitere Fortschritte waren also nur dann zu erzielen, wenn die Herstellung von Apparaten gelang, die wesentlich kürzere Wellen als die Hertz'schen Apparate zu liefern vermochten und dabei für eine systematische und durchgreifende Untersuchung der von diesen Wellen ausgehenden Wirkungen geeignet waren.

Nach verschiedenen im Jahre 1893 angestellten Versuchen gelang mir glücklicherweise die Konstruktion neuer Apparate, welche diesen Anforderungen entsprachen. In der That lassen sich mit diesen Apparaten elektromagnetische Wellen von nur wenigen Zentimetern Länge erzeugen; und die von diesen Wellen hervorgerufenen Erscheinungen, zumal die den wichtigsten Erscheinungen der Optik analogen, lassen sich auf bequeme Weise studieren.

Die Resultate dieser Untersuchungen, die ich vom Jahre 1893 ab in Gestalt von Mitteilungen und Abhandlungen in Fachzeitschriften und Sitzungsberichten gelehrter Gesellschaften veröffentlicht habe, sind nebst einigen bis dahin noch nicht publizierten Ergebnissen im vorliegenden Buche in geordneter Form vereinigt. Folgendes ist der Plan, welchen ich bei meiner Darstellung eingehalten habe.

Der erste Teil enthält die eingehende Beschreibung der Apparate, ihrer Herstellung und Anwendung, und der Wirkungen, welche sie hervorzubringen vermögen, sowie ausserdem die Schilderung einiger Erscheinungen, die leicht mittels elektromagnetischer Wellen zu beobachten sind, dagegen wegen der Kleinheit der Lichtwellen an diesen nur schwer zu konstatieren sein würden. Die Diskussion dieser Erscheinungen schien mir, ganz unabhängig von dem Interesse, welches sie an und für sich bieten können, schon an dieser Stelle ge-

boten, weil dieselben in vielen Fällen zu falschen Auffassungen Veranlassung geben können.

Der zweite Teil entspricht spezieller dem Titel und dem Zweck des Buches. Derselbe zerfällt in sieben Kapitel.

Kapitel I behandelt die Interferenzerscheinungen, welche ich mit elektromagnetischen Wellen unter Versuchsbedingungen erhalten habe, die zum grössten Teil getreue Nachbildungen der in der Optik benutzten sind. So z. B. werden in diesem Kapitel Analoga zu dem Fresnel'schen Spiegelversuch, dem Versuch mit dem Doppelprisma u. s. w. beschrieben.

Kapitel II schildert Versuche, welche den optischen Interferenzversuchen mit dünnen Platten analog sind.

Die in den ersten Paragraphen von Kapitel III mitgeteilten Versuche bilden eine Nachahmung der Beugungserscheinungen in der Optik; die Versuche der letzten Paragraphen dieses Kapitels betreffen Erscheinungen, die von dielektrischen Massen unter Mitwirkung der Beugung hervorgebracht werden.

In Kapitel IV wird die Absorption der elektromagnetischen Wellen durch verschiedene nichtmetallische Körper, wie Holz und Spiegelglas, studiert, welche sich jenen Wellen gegenüber als nicht vollkommen transparent verhalten.

Die durch isotrope und anisotrope Körper bewirkte Reflexion der Wellen bildet den Gegenstand von Kapitel V. Hier sind auch die Versuche beschrieben, welche mir zum ersten Male, vermittelst der Reflexion an Metallplatten, zirkular oder elliptisch polarisierte elektromagnetische Wellen geliefert haben.

Kapitel VI ist der Brechung und Totalreflexion gewidmet. Es enthält die Beschreibung von Erscheinungen, welche den optischen Erscheinungen an Prismen, an Linsen, an totalreflektierenden Prismen, den Vorgängen der zirkularen und elliptischen Polarisation durch Totalreflexion u. a. völlig analog sind.

Kapitel VII endlich handelt von der Doppelbrechung der elektromagnetischen Wellen. Diese Erscheinung wurde zum ersten Male von mir am Tannenholz, später von Anderen und von mir an Krystallen nachgewiesen. Am eingehendsten

unter diesen wurde der Selenit studiert, da man denselben leicht in genügend grossen Krystallen erhalten kann.

Das Studium gewisser Fragen, welche eine eingehendere mathematische Erörterung verlangen, wurde den Beilagen am Schlusse des Buches vorbehalten.

So habe ich in Beilage *A* die Hertz'sche Theorie der Oszillatoren entwickelt und auf den Fall zweier orthogonaler elektrischer Schwingungen, sowie auf die durch konstante Rotation eines elektrischen Doppelpunktes oder eines magnetischen Elementes hervorgerufenen Schwingungen ausgedehnt. Die Beilagen *B* und *C* enthalten die Berechnung der von einem kugelförmigen oder zylindrischen Dielektrikum innerhalb eines homogenen elektrischen Feldes ausgehenden Kräfte; in Beilage *D* werden aus den Hertz'schen Fundamentalgleichungen die Formeln für die Reflexion und Brechung abgeleitet; Beilage *E* giebt den Beweis für gewisse Eigenschaften der Metallreflexion des polarisierten Lichtes; und in Beilage *F* endlich wird erläutert, worin eigentlich die zirkular und elliptisch polarisierten elektromagnetischen Wellen bestehen.

Die sämtlichen in diesem Buche beschriebenen Versuche führen — mögen sie auch noch so zahlreich sein und in ihrer Verschiedenheit Analoga zu den meisten Experimenten der Optik darbieten — übereinstimmend zu dem Schlusse, dass das Verhalten der elektromagnetischen Wellen, bis auf die von der grossen Verschiedenheit der Wellenlängen herrührenden Unterschiede, mit demjenigen der Lichtwellen identisch ist. Die Hypothese der elektromagnetischen Natur der Lichterscheinungen erhält sonach durch diese Versuche eine wesentliche Stütze.

Bologna, im März 1897.

Die deutsche Ausgabe, welche wir hiermit der Fachwelt vorlegen, enthält ausser einer getreuen Übersetzung des italienischen Originals auch diejenige zweier inzwischen von dem Verfasser in den Sitzungsberichten von Akademien

publizierter Abhandlungen. Dieselben betreffen die Brechungsexponenten des Selenits für elektromagnetische Wellen und seine Orientierung in einem homogenen elektrischen Felde. Beide Untersuchungen liefern interessante Beiträge zum Verhalten krystallisierter Körper den elektromagnetischen Wellen gegenüber und damit zur Analogie zwischen diesen und den Lichtwellen überhaupt.

Bologna, im Mai 1898.

Der Übersetzer.

Inhaltsverzeichnis.

Seite

Vorwort III

Erster Teil.

Beschreibung der Apparate und Vorversuche.

Erstes Kapitel.

Die Apparate.

§ 1. Die Oszillatoren 3
§ 2. Beschreibung des Oszillators 6
§ 3. Andere Formen von Oszillatoren 10
§ 4. Wo entstehen die Schwingungen? 14
§ 5. Die Resonatoren 16
§ 6. Herstellung der Resonatoren 22
§ 7. Dimensionen der Oszillatoren und Resonatoren 27
§ 8. Montierung der Resonatoren 31
§ 9. Anwendung des Resonators zu Messungen 33
§ 10. Resonatoren ganz ohne parabolischen Spiegel oder mit einem sehr schmalen Streifen eines solchen 36
§ 11. Empfindlichkeit der beschriebenen Apparate 37

Zweites Kapitel.

Über die von den Resonatoren oder von dielektrischen Massen ausgesandten elektrischen Wellen.

§ 12. Von einem in Thätigkeit befindlichen Resonator erzeugte Wellen. 39
§ 13. Wirkung eines Resonators auf einen anderen von gleicher Periode. 41
§ 14. Wirkung zwischen Resonatoren von verschiedener Periode . . 47
§ 15. Wirkung der sekundären Wellen auf einen der direkten Einwirkung des Oszillators entzogenen Resonator 48
§ 16. Interferenz zwischen den sekundären Wellen zweier Resonatoren. 52
§ 17. Durch ein Dielektrikum erzeugte sekundäre Wellen 56
§ 18. Sekundäre Wellen einer dielektrischen Kugel 59
§ 19. Sekundäre Wellen eines dielektrischen Zylinders 63
§ 20. Sekundäre Wellen, die von einem Dielektrikum von anderer Form erzeugt werden 70

Zweiter Teil.

Anwendung der elektromagnetischen Wellen zur Hervorbringung von Erscheinungen, welche den wichtigsten Erscheinungen der Optik analog sind.

Erstes Kapitel.

Interferenzerscheinungen.

		Seite
§ 21.	Versuch mit stationären Wellen	75
§ 22.	Der Fresnel'sche Spiegelversuch	79
§ 23.	Andere Formen des Interferenzversuches mit zwei Spiegeln	83
§ 24.	Messung der Wellenlänge der Resonatoren und Bestimmung von Brechungsexponenten	89
§ 25.	Interferenz mit einem einzigen Spiegel	91
§ 26.	Versuch mit dem Doppelprisma	96

Zweites Kapitel.

Interferenzen mit dünnen Platten.

§ 27.	Frühere Versuche	99
§ 28.	Dicke der angewendeten Platten.	100
§ 29.	Interferenzversuche mit dünnen Platten	101

Drittes Kapitel.

Beugungserscheinungen.

§ 30.	Allgemeine Anordnung der Versuche	105
§ 31.	Versuch mit dem Fresnel'schen Schirm	107
§ 32.	Beugung durch einen Spalt	108
§ 33.	Beugung durch den Rand eines undurchlässigen Körpers. Andere Beugungserscheinungen	110
§ 34.	Erscheinungen, welche durch dielektrische Massen hervorgebracht werden	111
§ 35.	Betrachtungen über die Versuche des vorigen Paragraphen	115

Viertes Kapitel.

Durchlässigkeit und Undurchlässigkeit.

§ 36.	Wirkungen einer dielektrischen Platte zwischen Oszillator und Resonator	123
§ 37.	Versuche zum Beweis der Absorption durch gewisse Körper	127

Fünftes Kapitel.

Reflexion an Dielektricis und an Leitern.

§ 38.	Gesetze der Reflexion	134
§ 39.	Reflexion an Dielektricis. Versuchsanordnungen	137
§ 40.	Versuche über die Reflexion an Dielektricis	139

Seite

§ 41. Reflexion an Metallen. Versuchsanordnungen 145
§ 42. Versuche über die Metallreflexion 148
§ 43. Elliptische Reflexion 150
§ 44. Reflexion an Holz und an krystallisiertem Gyps 153

Sechstes Kapitel.

Brechung und Totalreflexion.

§ 45. Prisma, planparallele Platte, Linsen 156
§ 46. Polarisation durch Brechung. Plattensäule 158
§ 47. Totalreflexion 160
§ 48. Polarisation durch Totalreflexion. Konstruktion der betreffenden Prismen 164
§ 49. Zirkulare und elliptische Polarisation durch Totalreflexion . . 168

Siebentes Kapitel.

Doppelbrechung.

§ 50. Doppelbrechung durch das Holz 172
§ 51. Doppelbrechung durch Krystalle 178
§ 52. Beziehung zwischen der Doppelbrechung der elektromagnetischen Wellen im Gyps und seiner Krystallform 181
§ 53. Elliptische Polarisation durch Gypsplatten 187
§ 54. Das Polarisationsellipsoid für die elektromagnetischen Wellen im Gyps 193
§ 55. Versuche mit negativem Ergebnis 195

Zusätze zur deutschen Ausgabe.

I. Über die Hauptbrechungsexponenten des Gypses für die elektromagnetischen Wellen 201
II. Über die Orientierung einer Selenitscheibe in einem homogenen elektrischen Felde 206

Beilagen.

Beilage *A*. Über die durch einen kleinen Oszillator, sowie durch zwei orthogonale kleine elektrische Schwingungen oder vermittelst einer gleichförmigen Rotation erzeugten elektrischen Wellen. 217
Beilage *B*. Elektrische Kraft einer dielektrischen Kugel in einem homogenen Felde 237
Beilage *C*. Elektrische Kraft eines dielektrischen Zylinders in einem homogenen Felde 240
Beilage *D*. Über die Reflexion und Brechung der elektromagnetischen Wellen 244
Beilage *E*. Über die Metallreflexion des polarisierten Lichtes . . . 257
Beilage *F*. Über zirkular oder elliptisch polarisierte elektromagnetische Wellen 262

ERSTER TEIL.

Beschreibung der Apparate und Vorversuche.

Erstes Kapitel.

Die Apparate.

1. Die Oszillatoren. — Ein Hertz'scher Oszillator lässt sich als ein System zweier in Serie oder, wie man zu sagen pflegt, kaskadenweise mit einander verbundener Kondensatoren betrachten, welche in einer geradlinigen Strombahn oszillatorische Entladungen erzeugen, während eine Elektrizitätsquelle ihnen immer neue Ladungen zuführt. Die beiden in gerader Linie angeordneten Metallstangen stellen mitsamt den Metallplatten oder Kugeln, welche sie an den von einander abstehenden Enden tragen können, die Endarmaturen der Kondensatoren dar: die in der Nähe befindlichen Leiter, die mit der Erde verbunden sind, bilden die mit einander kommunizierenden mittleren Armaturen des Systems und die Entladungsbahn ist durch die schon erwähnten Metallstangen und den Funken, welcher sie während der Dauer jeder Entladung verbindet, repräsentiert. Das Dielektrikum der Kondensatoren endlich ist nichts anderes als die umgebende Luft: in dieser findet die Ausbreitung der elektromagnetischen Wellen statt. Es kann vorkommen, dass der Oszillator von allen anderen Leitern sehr weit entfernt ist: in diesem Falle kann man ihn als einen einfachen Luftkondensator betrachten, dessen Armaturen und dessen Entladungsbahn gleichzeitig von den beiden Metallstangen gebildet sind.

Da die Periode der oszillatorischen Entladung eines Kondensators mit dessen Kapazität und mit der Selbstinduktion der Entladungsbahn wächst, so musste ich, um

wesentlich kleinere Schwingungsperioden zu bekommen, als sie bisher erzielt worden waren, sowohl die Kapazität wie die Selbstinduktion des Systems möglichst zu verringern suchen. Deshalb setzte ich eine neue Art von Oszillatoren einfach aus zwei Metallkugeln zusammen, deren Entfernung von einander so klein gemacht wurde, dass bei entgegengesetzter Ladung der Kugeln ein kurzer Funken zwischen ihnen überspringen konnte.

Die Wirkungen, welche ein derartiger aus Kugeln von ein paar Centimetern Durchmesser zusammengesetzter Oszillator liefert, sind sehr schwach. Durch Benützung eines von De la Rive und Sarasin eingeführten Hilfsmittels lassen sie sich jedoch ausserordentlich verstärken. Dasselbe besteht darin, den Funken, welcher die beiden Leiter verbindet, in Oel anstatt in Luft überspringen zu lassen. Auch ich habe diese Anordnung adoptiert und zu diesem Zwecke eine isolierende Flüssigkeit zwischen die Kugeln gebracht; nur habe ich gefunden, dass dem von den Genannten benutzten Olivenöl das Paraffinöl wesentlich vorzuziehen ist, zumal wenn dasselbe durch Zusatz einer genügenden Menge Vaseline noch dickflüssiger gemacht wird.

Der Einfluss einer solchen Flüssigkeit lässt sich, wie mir scheint, folgendermassen erklären: Damit eine Entladung zwischen den beiden Leitern beginnen kann, muss eine gewisse Potentialdifferenz zwischen denselben erreicht sein; und diese ist wesentlich grösser, wenn die beiden Kugeln durch eine isolierende Flüssigkeit getrennt sind, als wenn sie einfach in Luft einander gegenüberstehen. Entsprechend grösser ist dann auch die Elektrizitätsmenge, welche bei der oszillatorischen Entladung in Bewegung gesetzt wird.

Der Oszillator mit Parafinöl bietet aber noch einen anderen ausserordentlichen Vorteil. Jeder, der die Hertz'schen Versuche wiederholt hat, weiss wie sehr die Erzielung guter Resultate von der Reinheit der metallischen Oberflächen, zwischen denen der Funken überspringen soll, abhängig ist; dieselben müssen deshalb häufig, etwa mit Schmirgelpapier, abgerieben werden. Die Oszillatoren mit Paraffinöl verlangen

keine derartige Fürsorge; sie geben vielmehr vollkommen konstante Wirkungen, welche selbst dann keine Aenderung erfahren, wenn die Flüssigkeit durch den langen Gebrauch zersetzt und ganz schwarz geworden ist und ein schwarzer Beschlag sich auf den beiden Kugeln gebildet hat.

Um den Oszillator in Thätigkeit zu setzen, bedienten sich Hertz und die Anderen, welche nach ihm auf demselben Gebiete gearbeitet haben, eines Induktionsapparates. Nur Töpler verwendete statt dessen eine Influenzmaschine. Ich meinerseits habe es vorgezogen, eine grosse Holtz'sche Influenzmaschine mit vier Scheiben und Querleitern zu benützen, welche mir schon bei zahlreichen anderen Versuchen gedient hat; mit derselben habe ich weit stärkere Wirkungen erhalten, als mit den gleichen Apparaten in Verbindung mit einem grossen Ruhmkorff'schen Induktor.

In der Verwendung der Holtz'schen Maschine weicht meine Methode indessen von den beiden Töpler'schen ab. Ich benütze die Influenzmaschine ohne Kondensatoren; von ihren Polen führen Kupferdrähte oder besser biegsame in Gummischläuche eingeschlossene Leiter zu zwei Kugeln, die sich zu beiden Seiten der Kugeln des Oszillators in gerader Linie mit ihnen befinden. Wenn die Maschine in Thätigkeit ist, treten also drei Funken auf, nämlich zwei in Luft zwischen den mit den Polen der Maschine verbundenen Kugeln und denjenigen des Oszillators, und einer innerhalb der isolierenden Flüssigkeit; und da der Apparat reichliche Elektrizitätsmengen liefert, so folgen die Entladungen dermassen rasch aufeinander, dass das Auge eine fast kontinuierliche Lichterscheinung wahrnimmt.

Die Bewegung der Maschine geschieht in der Regel durch einen Schmidt'schen Wassermotor von $^1/_4$ Pferdekraft. Wie sich weiter zeigen wird, sind die Entladungsvorgänge in den Verbindungsdrähten, sowie die beiden lateralen Funken ohne merklichen Einfluss auf die Resonatoren und ihre Wirkung beschränkt sich auf die Ladung der beiden Kugeln des Oszillators, welche durch den mittleren Funken in rascher Folge entladen werden.

2. Beschreibung des Oszillators. — Die beiden Kugeln A und B (Fig. 1), welche den Oszillator bilden, sind in der Mitte zweier dicker Scheiben C D und E F aus Holz, Glas oder am besten Ebonit angebracht, welche die Endflächen eines zylindrischen Behälters mit biegsamer Seitenwandung darstellen. Eine Oeffnung in einer der Scheiben dient zur Füllung des Behälters mit Paraffinöl und lässt zugleich die durch den Funken entwickelten Gase entweichen; ferner ist eine Vorrichtung vorhanden, welche den Abstand zwischen den beiden Scheiben, resp. den Kugeln zu regulieren gestattet. Nach innen sind die beiden Scheiben am besten konvex, damit auch bei horizontaler Lage derselben der Funken ganz innerhalb der Flüssigkeit zustande komme. Die biegsame Mantelfläche des Zylinders besteht aus einer tierischen

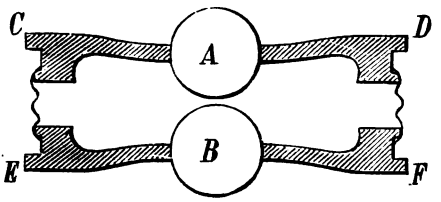


Fig. 1.

Membran, oder besser aus einem Streifen Pergamentpapier, der zu einem Ringe zusammengeleimt und vor der Verwendung mit Wasser angefeuchtet ist. Es ist ratsam, diesem Wasser etwas Glycerin zuzusetzen, weil dann das Pergamentpapier weich und biegsam bleibt. Kautschuk ist wegen seines starken Aufquellens in Paraffinöl nicht zu gebrauchen.

Fig. 2 zeigt den Oszillator O von oben in der Richtung der Axe des zylindrischen Behälters und der Kugeln gesehen, samt seiner Montierung und dem Reflektor S S. Der letztere ist aus Kupferblech gefertigt und stellt eine parabolische Zylinderfläche dar, deren Brennlinie natürlich mit der Axe des Oszillators zusammenfällt: an der Rückseite, gegenüber der Mitte des Oszillators, ist er mit der Messingaxe A B verbunden, welche in der Säule C C drehhar ist. Die Säule C C

stellt das Stativ des Apparates dar und trägt zugleich einen vertikalen Teilkreis EF, auf welchem der mit der Axe AB verbundene Index CD gleitet. Vermöge dieser Anordnung wird die Strahlung von dem Spiegel SS, so lange die Säule vertikal steht, immer in horizontaler Richtung reflektiert, während das Azimut der Schwingungen, das auf dem Teilkreis EF abzulesen ist, beliebig variiert werden kann.

Ursprünglich beabsichtigte ich die Brennweite des parabolischen Reflektors gleich einem Viertel oder gleich drei Vierteln der Wellenlänge des jeweils anzuwendenden Reso-

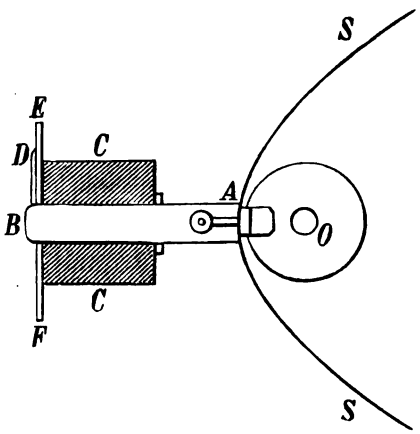


Fig. 2.

nators zu machen; die Wirkung der direkt von dem Oszillator ausgehenden Wellen sollte sich auf diese Weise mit derjenigen der reflektierten Wellen einfach summieren. Da indessen die erstere mit wachsender Entfernung vom Oszillator sehr rasch abnimmt, so entschied ich mich schliesslich für diejenige Brennweite, die je nach den Dimensionen des Oszillators als die bequemste erschien.

Wie man sieht, lässt sich der Oszillator in der geschilderten Anordnung nach Art eines Nicol oder einer ähnlichen Polarisationsvorrichtung verwenden.

In Fig. 3[1]) ist der Oszillator für Wellen von ungefähr 10,6 cm Länge abgebildet, den ich am häufigsten benuttze, da diese Wellenlänge für die Mehrzahl meiner Versuche als die geeignetste befunden wurde. Der parabolische Spiegel hat in diesem Falle 8 cm Brennweite, 40 cm Höhe und 50 cm Oeffnung; die Scheiben, welche die beiden Kugeln des eigentlichen Oszillators tragen, sind aus Ebonit gefertigt und haben etwa 15 cm Durchmesser. Die Vorrichtung, welche zur Regulierung des Abstandes der beiden Kugeln von einander dient, ist infolge der Orientierung des Apparates bei Aufnahme der Photographie, nach welcher die Figur 3 angefertigt ist, in der Abbildung nicht sichtbar; eine Beschreibung wird aber trotzdem leicht einen Begriff von derselben geben.

Die untere der beiden Ebonitscheiben ist fest mit dem Spiegel, oder, genauer gesagt, mit einer dicken Messingschiene verbunden, die hinter jenem die beiden Bogen AB und CD, an welche der Spiegel gelötet ist, mit einander vereinigt. Die obere Ebonitscheibe dagegen hat einen zwischen zwei Führungen verschiebbaren Ansatz, welcher durch einen Spalt des Spiegels hindurchtritt und hier durch eine Schraube bewegt wird; die Entfernung zwischen den beiden Scheiben kann dadurch, auch während der Apparat in Thätigkeit ist, beliebig reguliert werden.

In Fig. 3 erblickt man in E eine der beiden mit der Influenzmaschine kommunizierenden Kugeln, in F dagegen eine von den in der Ebonitscheibe befestigten. An die ersteren sind Kupferdrähte gelötet, welche von rechtwinklig gebogenen Glasröhren eingeschlossen sind und in Klemmschrauben endigen; die Glasröhren sind von Ebonitstangen getragen (eine derselben, I, ist in der Figur sichtbar), welche in verschiedenen Höhen befestigt werden können, womit der Abstand zwischen den mit der Maschine kommunizierenden Kugeln und den eigentlichen Oszillatorkugeln nach Bedarf zu reguliren ist.

[1]) Die übrigen Teile der Fig. 3 werden erst später beschrieben werden. Einzelheiten der Form, die aus der Abbildung ohne weitere Erklärung verständlich sind, glaube ich übergehen zu können.

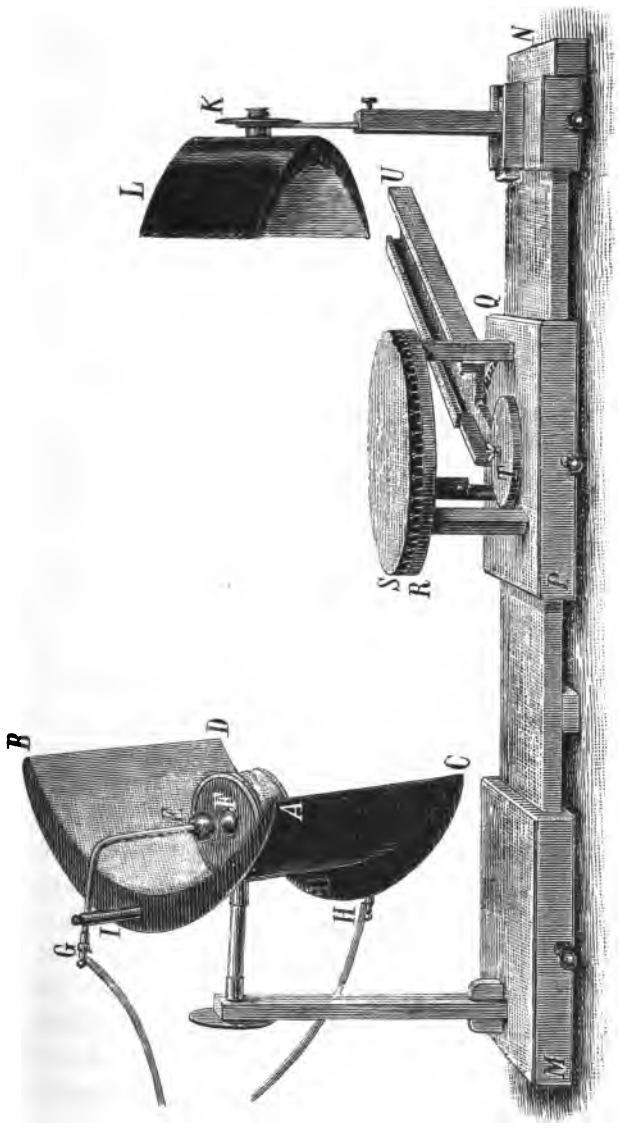


Fig. 3.

Andere Apparate, deren ich mich mitunter bediente, weichen von den geschilderten in Einzelheiten des Baues hie und da ab. Die obere Ebonitscheibe z. B. kann anstatt in gerader Linie parallel zur Axe des Oszillators auch längs eines Kreisbogens verschiebbar sein. Die Konstruktion ist dann sehr einfach. Die obere Scheibe hat als Ansatz einen Hebel, welcher durch eine Öffnung des Spiegels hindurchgeht und um eine in dessen Nähe gelegene Axe drehbar ist. Am oberen Ende trägt er eine Schraube, durch deren Drehung im einen Sinne die Ebonitscheiben einander genähert werden, während bei entgegengesetzter Drehung eine Feder dieselben wieder von einander entfernt. Diese Vorrichtung ist zweckmässig, wenn der Oszillator je nach Bedarf mit oder ohne Spiegel gebraucht werden soll.

Die Wirkung eines gegebenen Oszillators ist in hohem Maasse von dem Abstande zwischen den beiden Kugeln desselben, in gewissem Grade auch von der Entfernung zwischen diesen und den mit der Influenzmaschine verbundenen Kugeln, mit anderen Worten also von der Länge der drei Funken abhängig. Der mittlere dieser drei Funken muss stets viel kürzer sein, als die beiden anderen; seine Länge darf z. B. nur 0,08 cm betragen, während diejenige der beiden anderen 2 cm beträgt. Durch Beobachtung der in einem Resonator erzeugten Wirkungen lassen sich immer leicht die geeignetsten Abstände herausfinden

3. Andere Formen von Oszillatoren. — Bevor ich zu der hier beschriebenen definitiven Form des Oszillators gelangte, benützte ich einige andere Vorrichtungen, welche zwar das Azimut der Schwingungen nicht zu verändern gestatten, immerhin aber in einzelnen Fällen brauchbar sein können.

Bei meinen ersten Oszillatoren befanden sich die Kugeln mit ihren Zentren vertikal übereinander. Die beiden mittleren Kugeln B und C (Fig. 4), welche den eigentlichen Oszillator bilden, waren mit Siegellack in die unteren Öffnungen zweier gläserner Kegelstumpfe EF und GH, die durch Abschneiden von Glastrichtern erhalten waren, eingekittet; diese wurden von Ebonitstreifen L und M getragen, von welchen M fest

angebracht war, L aber durch Bewegung einer Schraube V um eine am Ende des Streifens gelegene Axe gedreht werden konnte; auf diese Weise wurde der Abstand zwischen den Kugeln reguliert. Die beiden äusseren, mit der Elektrizitätsquelle kommunizierenden Kugeln A und D waren am Ende zweier Metallstangen angebracht, die entweder, wie in der Abbildung, eine vertikale, oder aber eine beliebig geneigte Stellung erhalten konnten. Mit Paraffinöl wurde der untere Trichter gefüllt.

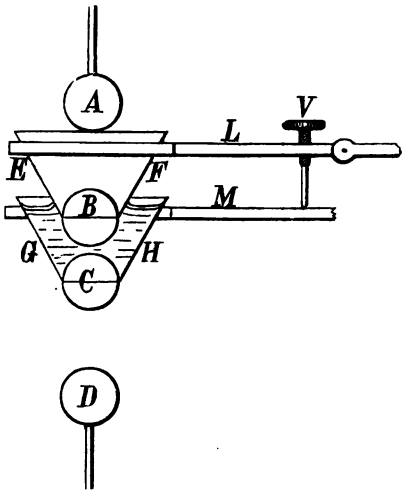


Fig. 4.

Fig. 5 zeigt eine horizontale Anordnung des Oszillators. Die Kugeln B und C werden von zwei vertikalen Ebonitstreifen EF und GH getragen; ihr Abstand wird mittels der Schraube V reguliert. Die äusseren Kugeln A und D bilden die Enden zweier, von dickwandigen Glasröhren umgebener Kupferdrähte. Alle vier Kugeln sind von dem Paraffinöl im Glasgefässe LM bedeckt. Bei diesem Oszillator schlagen also alle drei Funken durch das Öl. Die Kugeln A und D können ziemlich klein sein und müssen sich in geringerem Abstande von den Kugeln B und C befinden als bei dem in Fig. 4 abgebildeten Oszillator.

Eine andere Form des horizontalen Oszillators, welche mehrere Meter lange Wellen liefert und zur Demonstration der Hertz'schen Fundamentalversuche vor einem grösseren Auditorium geeignet ist, sehen wir in Fig. 6.

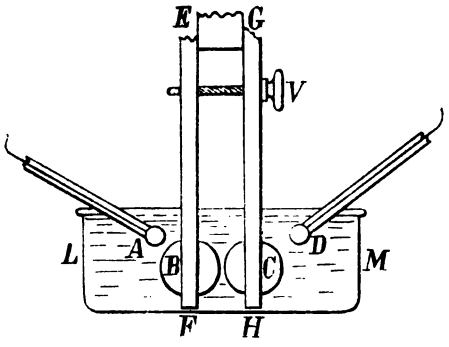


Fig. 5.

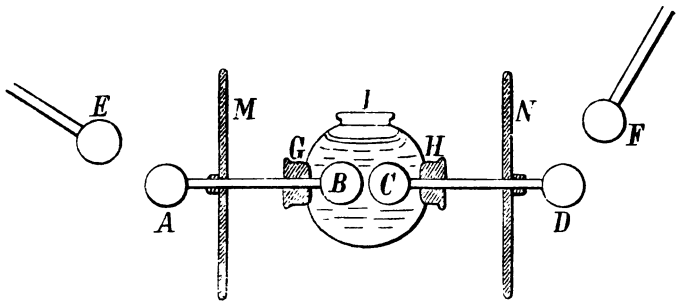


Fig. 6.

Anstatt aus zwei einfachen Kugeln besteht der Oszillator hier aus zwei Messingröhren AB und CD von ungefähr 1 cm Durchmesser und 28 cm Länge, welche in Kugeln A, B, C und D von zirka 4 cm Durchmesser endigen. Die beiden mittleren Kugeln B und C sind nur wenig von einander entfernt und ragen durch die mit Pfropfen verschlossenen Offnungen G und H hindurch in die mit Paraffinöl gefüllte Glaskugel GHI, welche in I eine dritte Öffnung hat. In der Nähe der äusseren Kugeln A und D erblicken wir weiter

zwei Kugeln E und F, von welchen Drähte zur Maschine führen.

Die Kapazität des Systems und dementsprechend auch die Periode der von demselben ausgehenden Schwingungen kann durch Verschiebung der Kupferscheiben M und N (Durchmesser 34 cm) auf den Röhren AB und CD variiert werden.

Bei Versuchen mit einem derartigen Oszillator kann man den kreisförmigen Hertz'schen Resonator benützen, dessen Enden mit den Elektroden einer kleinen Geissler'schen Röhre verbunden sind. In einem halbdunklen Raume ist dann die Wirkung der Resonanz auf grosse Entfernungen sichtbar.

Die Theorie ergiebt ferner die Möglichkeit noch anders gestalteter Oszillatoren, welche von den bisher verwendeten gänzlich verschieden sind.

So z. B. müssen zwei quantitativ gleiche und entgegengesetzte elektrische Massen, welche geradlinige Pendelbewegungen vollführen und sich dabei stets in symmetrischer Lage zur Mitte ihrer Bahn befinden, genau denselben Effekt hervorbringen, wie ein gewöhnlicher Oszillator; die Periode der auf diese Weise entstehenden Wellen ist gleich derjenigen der Pendelbewegungen. Auch wenn die beiden elektrischen Massen an den Endpunkten einer Geraden befestigt sind, welche mit konstanter Geschwindigkeit in einer Ebene um ihren Mittelpunkt rotiert, muss ein System von elektromagnetischen Wellen entstehen, welche nach allen in der Rotationsebene der Geraden gelegenen Richtungen sich ebenso wie die von einem gewöhnlichen Oszillator ausgehenden Wellen verhalten.

Endlich können ähnliche Wirkungen auch durch entsprechende Bewegung magnetischer Massen hervorgebracht werden.

Diese mechanischen Oszillatoren sind indessen noch nicht verwirklicht worden und auf alle Fälle erscheint es nicht möglich, mittels derselben andere als sehr lange Wellen zu erhalten. Fürs erste haben dieselben deshalb ein ausschliesslich theoretisches Interesse. (Siehe Beilage *A* am Ende des Buches).

4. Wo entstehen die Schwingungen? — Im Vorstehenden wurde angenommen, dass die elektrischen Schwingungen, welche bei ihrer Fortpflanzung durch den Raum die Resonatorschwingungen hervorrufen, in dem Leitersystem ihren Ursprung haben, welches aus den für gewöhnlich durch das isolierende Öl von einander getrennten, für Augenblicke aber durch einen Funken verbundenen Kugeln besteht. Eine solche Annahme mag als selbstverständlich erscheinen, ein Beweis für dieselbe wurde jedoch nicht erbracht. Und da in Betreff der Zulässigkeit dieser so ausserordentlich einleuchtenden Annahme einige Zweifel erhoben wurden, so will ich, bevor ich weitergehe, die Gründe darlegen, welche meines Erachtens jenen Zweifeln den Boden entziehen.

Zunächst hängt der Effekt des Oszillators von der Gegenwart der Flüssigkeit ab. Fehlt diese, so giebt ein Resonator, der vorher noch in mehreren Metern Entfernung vom Oszillator beeinflusst wurde, selbst wenn er dem Oszillator bis auf einige Centimeter nahe gebracht wird, nur noch dann und wann einen Funken.

Die Wirksamkeit des Oszillators ist ferner in hohem Grade durch den Abstand zwischen seinen eigenen zwei Kugeln, weit weniger aber durch denjenigen zwischen diesen Kugeln und den mit der Influenzmaschine verbundenen bedingt. Dies liesse sich kaum erklären, wenn die Schwingungen anderswo als an der hier vorausgesetzten Stelle ihren Ursprung hätten. Berühren die Kugeln des Oszillators einander, so verschwindet die Wirkung auf einen Resonator, auch wenn dieser sehr empfindlich und dem Oszillator sehr nahe ist, beinahe vollständig.

Endlich habe ich auch die vielleicht unerwartete Beobachtung gemacht, dass ein aus hohlen Kugeln zusammengesetzter Oszillator weniger wirksam ist, als ein solcher aus massiven. Bestand z. B. der Oszillator aus massiven Kugeln von nahezu 4 cm Durchmesser, so hörte die Wirkung auf einen Resonator erst in zirka 11 Meter Entfernung auf, dagegen bereits in zirka 6 Meter Entfernung, wenn statt jener zwei Hohlkugeln von gleichem äusserem Durchmesser und zirka 1,5 mm Wand-

stärke verwendet wurden. Zwei andere mit noch wesentlich dünnerer Wandung gaben noch geringere Wirkungen. Die mit der Maschine verbundenen Kugeln dagegen können eben so gut hohl wie massiv und auch, innerhalb gewisser Grenzen, von mehr oder minder grossem Durchmesser sein, ohne dass dadurch die Wirksamkeit des Oszillators beeinflusst würde. Auch mässige Veränderungen in den Dimensionen und der Anordnung der zur Maschine führenden Drähte sind ohne merklichen Einfluss.

Letzthin hat Zehnder[1]) die Wirkungsweise meines Oszillators auf andere Art zu erklären versucht. Wenn ich seinen Gedankengang richtig erfasst habe, so bekümmert er sich gar nicht darum, ob die von der Maschine erzeugten Entladungen oszillatorischer Natur sind oder nicht; er nimmt an, dass die beiden Funken in den Luftintervallen nicht gleichzeitig, sondern kurz nach einander zu Stande kommen. Jeder dieser Funken wird im Raume eine einfache Welle erzeugen und es kann — so sagt er — der Fall eintreten, dass die von einem der Funken wachgerufene Schwingung gerade in dem Momente beginnt, in welchem die von dem andern Funken wachgerufene eben aufhört. Dann würden sich nur zwei Wellen im Raume fortpflanzen, und es würde nicht möglich sein, Interferenzen bei anderen Gangunterschieden als solchen von $\lambda/2$ oder $3\,\lambda/2$ zu beobachten. Zehnder neigt zu der Annahme, dass sich meine Resultate auf diese Weise erklären lassen. Anstatt jedoch einen experimentellen Beweis dafür beizubringen, beschränkt er sich darauf, zwei entscheidende Versuche vorzuschlagen. Der eine wäre der Boltzmann'sche Interferenzversuch, der andere würde darin bestehen, die beiden mit der Maschine verbundenen Funken mit ihren Mittelpunkten nicht in der Axe des Oszillators, sondern seitlich davon so anzubringen, dass die beiden Kugeln in Luft nahezu parallel zu einander und senkrecht zur Axe des Oszillators gerichtet wären. Nach Zehnders Auffassung dürften bei dem ersten Versuche keine Interferenzen mit grösseren

[1]) Wied. Ann. 52, p. 34. 1894.

Gangunterschieden als 3 $\lambda/2$ zu beobachten sein, und bei dem zweiten Versuche müsste jede Wirkung des Oszillators überhaupt verschwinden.

In Wirklichkeit jedoch lässt der Boltzmann'sche Versuch, zu dessen Wiederholung ich sehr oft Gelegenheit hatte, Interferenzen noch bei etwas grösseren Gangunterschieden als anderthalb Wellenlängen konstatieren. Und was den zweiten Versuch betrifft, dessen Anordnung durch den in Fig. 5 dargestellten Oszillator so ziemlich verwirklicht ist, so entspricht das Ergebnis desselben keineswegs der Voraussetzung Zehnders; vielmehr lässt sich das Vorhandensein elektromagnetischer Wellen, die sich nach jeder Richtung, auch von oben nach unten, fortpflanzen, mit Sicherheit selbst dann nachweisen, wenn die beiden äusseren Funken beinahe vertikal sind.

Es ist hiernach nicht mehr zu bezweifeln, dass die durch meine Oszillatoren erzeugten elektrischen Wellen von den oszillatorischen Entladungen in dem Leitersystem herrühren, welches aus den beiden Kugeln und dem Funken, der dieselben für einen Augenblick verbindet, zusammengesetzt ist.

5. Die Resonatoren. — Hertz selbst benutzte bei seinen Untersuchungen zweierlei Resonatoren; entweder einen beinahe geschlossenen metallischen Stromkreis, oder einen geradlinigen, in der Mitte unterbrochenen Leiter; an der Unterbrechungsstelle des einen wie des andern wurden Funken sichtbar, wenn elektrische Schwingungen in ihnen auftraten. Später wurden dann verschiedene Vorrichtungen ersonnen, um die Empfindlichkeit der Resonatoren zu steigern oder den Nachweis der Schwingungen in ihnen zu erleichtern. Die mannichfachsten Kunstgriffe wurden zu diesem Zwecke herangezogen. Dragoumis [1]) z. B. suchte die schwachen Entladungen des Resonators auf grössere Entfernungen sichtbar zu machen, indem er sie in einem verdünnten Gase zu Stande kommen liess; Zehnder [2]) benützte als Indikator

[1]) Nature, 39 p. 548. 1889.

[2]) Wied. Ann. 47, p. 77. 1892.

für das Vorhandensein von Schwingungen eine gasverdünnte Röhre mit besonderen Elektroden, die mit einer Elektrizitätsquelle verbunden wurden; zu gleichem Zwecke verwendeten Klemencic [1]) und Lebedew [2]) eine thermoelektrische Säule, Rubens und Ritter [3]) das Bolometer, Boltzmann [4]) ein Elektroskop in Verbindung mit einer Säule, Ritter [5]) präparierte Froschschenkel, Lucas und Garrett [6]) die Verbindung explosiver Gasgemische, Gregory [7]) die thermische Ausdehnung der Resonatoren, u. a. m.

Einige dieser Hilfsmittel bieten ausserordentlich empfindliche Indikatoren elektrischer Wellen dar. Dies gilt z. B. von dem von Lodge [8]) eingeführten und später von Croft [9]), Le Royer u. Berchem [10]), Biernacki [11]), Spielmann [12]), v. Lang [13]) und anderen benutzten Verfahren, den elektromagnetischen Wellen eine kleine, mit einem Metallpulver gefüllte Röhre auszusetzen, die zusammen mit einem Galvanometer den Schliessungskreis einer galvanischen Batterie bildet. Die Zunahme der Leitfähigkeit, welche das Pulver unter dem Einflusse der elektrischen Wellen erfährt, lässt in der That selbst ausserordentlich schwache Wellen erkennen und gestattet infolgedessen ihre Gegenwart noch in sehr grossen Entfernungen vom Oszillator nachzuweisen.

Alle diese Methoden jedoch, so grosse Vorzüge sie auch betreffs der Empfindlichkeit bieten, oder so geeignet sie auch für besondere Fälle sein mögen, scheinen mir nicht die Ein-

---

[1]) Wied. Ann. 42, p. 416. 1891.
[2]) Wied. Ann. 56, p. 1. 1895.
[3]) Wied. Ann. 40, p. 55. 1890.
[4]) Wied. Ann. 40, p. 399. 1890.
[5]) Wied. Ann. 40, p. 53. 1890.
[6]) Phil. Mag. 33, p. 299. 1892.
[7]) Phil. Mag. 29, p. 54. 1890.
[8]) Nature, 7 June 1894.
[9]) Beibl. 18, p. 965. 1894.
[10]) Arch. d. Sc. Phys. et Nat. 31, p. 558. 1894.
[11]) Wied. Ann. 55, p. 599. 1895.
[12]) Beibl. 20, p. 1005. 1896.
[13]) Wied. Ann. 57, p. 430. 1896.

fachheit und Bequemlichkeit zu bieten, wie sie erforderlich ist, wenn zahlreiche und verschiedenartige Versuche vorgenommen werden sollen. Aus diesem Grunde bin ich dem ursprünglichen Hertz'schen Verfahren, nämlich der Beobachtung des Funkens, treu geblieben; nur ging mein Streben nach möglichst grosser Empfindlichkeit des Resonators und zu diesem Zwecke suchte ich einen lichtstärkeren Funken zu gewinnen, indem ich ihn auf der Oberfläche einer Glasplatte entstehen liess.

Seit lange ist es ja bekannt, wenn auch in Bezug auf die Ursache noch nicht recht aufgeklärt, dass man mit der gleichen Potentialdifferenz bedeutend längere Funken bekommt, wenn der Elektrizitätsübergang an der Oberfläche eines Isolators oder Halbleiters anstatt frei durch die Luft hindurch erfolgt. So z. B. giebt meine Influenzmaschine in Luft höchstens etwa 30 cm lange Funken und sogar nur 12 cm lange, wenn mit dieser Maschine mein grosser Kondensator von 108 Leydner Flaschen geladen wird, wogegen auf einer Wasserfläche bei Anwendung desselben Kondensators leicht Funken von nahezu 3 m Länge entstehen. Est ist auch bekannt, wie leicht bei der spontanen Entladung eines Kondensators längs der Glasoberfläche zwischen den beiden Belegungen sehr lange Funken zu Stande kommen. Etwas Aehnliches nun findet auch in meinen Resonatoren statt. Und da andererseits die elektromagnetischen Wellen nur bis zu einer sehr geringen, überdies mit ihrer Periode abnehmenden Tiefe in die Masse eines Leiters eindringen, so kann es auch in dieser Hinsicht von Vorteil sein, die Resonatoren aus möglichst dünnen Metallschichten herzustellen. All dies bestimmte mich, als Resonator einen auf Glas niedergeschlagenen Silberstreifen zu verwenden, der an einer Stelle unterbrochen ist; an dieser Stelle ist also das Glas entblösst und hier bilden sich die Funken.

Natürlich ist die Empfindlichkeit dieser Resonatoren um so grösser, je schmäler die Unterbrechungsstelle ist. Stellt man diese mittels eines Gravierdiamanten her, so beträgt ihre Breite kaum ein paar Tausendstel Millimeter und man

erreicht eine geradezu ausserordentliche Empfindlichkeit. In vielen Fällen, zumal bei den kleinen Resonatoren ist diese hohe Empfindlichkeit sehr willkommen; bei grösseren Resonatoren jedoch genügt es, mittels eines Lineals und eines gut geschliffenen Federmessers einen Schnitt durch das Silber zu machen.

Die Wellenlänge der Eigenschwingungen eines Resonators hängt, wie bekannt, von seinen Dimensionen ab; weiterhin werde ich diejenigen der am häufigsten von mir benutzten Resonatoren angeben. Was die Gestalt der Resonatoren anbelangt, so habe ich der geradlinigen den Vorzug gegeben, weil diese am bequemsten zu benutzen ist, wenn man die Wellen durch einen Spiegel auf den Resonator konzentrieren will; indessen habe ich auch kreisförmige Resonatoren hergestellt, mit welchen man die Wirkung der magnetischen Kräfte beobachten kann.

Die Funken, welche an der Unterbrechungsstelle dieser Resonatoren auftreten, sind auch auf einige Entfernung gut sichtbar; immerhin ist es, namentlich bei den kleinen Resonatoren, von Vorteil, sie mit einer Lupe zu beobachten.

Nach einigen Autoren [1]) verhält sich jede Hälfte eines geradlinigen Resonators gegenüber den elektrischen Wellen ähnlich wie eine an beiden Enden offene Pfeife, welche ihre Grundschwingung giebt; die Bäuche in der Pfeife entsprechen denjenigen Stellen des Leiters, an welchen die stärksten Potentialschwankungen auftreten und an welchen kein Strom existiert, während der Knoten in der Mitte der Pfeife derjenigen Stelle des Leiters entspricht, an welcher keine Potentialschwankungen stattfinden, der alternierende Strom dagegen die grösste Intensität besitzt. Die Funken, welche man an der Unterbrechungsstelle wahrnimmt, würden nach dieser Auffassung daher rühren, dass das Ende des einen Leiters jedesmal ein positives Potential annimmt, wenn das benachbarte Ende des anderen Leiters einen negativen Potentialwert erhält, und umgekehrt. Das Verhalten meiner Resonatoren

[1]) Toepler, Wied. Ann. 46, p. 306, 364. 1892.

bestimmt mich indessen zu der Auffassung, dass der Resonator als Ganzes einer offenen Pfeife zu vergleichen ist. Nach meiner Ansicht vereinigt der Funken die beiden Hälften des Resonators zu einem einzigen Leiter, in welchem elektrische Schwingungen ganz nach Art der Luftschwingungen in einer offenen Pfeife auftreten. An den beiden Enden des Resonators befinden sich dann Bäuche, und in der Mitte ein Knoten; das heisst an den beiden Enden finden die stärksten periodischen Potentialänderungen statt und die Stromintensität ist = 0, während die Stelle des kleinen Funkens das Minimum der Potentialschwankungen und das Maximum der alternierenden Stromstärke bezeichnet.

Zur Stütze dieser Auffassung seien folgende Thatsachen angeführt: Nähert man einem Resonator, der parallel zu dem auf ihn einwirkenden Oszillator orientiert ist, bis auf sehr kleine Entfernung das Ende eines nicht isolierten Drahtes, so bemerkt man an demselben lebhafte Fünkchen, wenn es sich in der Nähe eines der Enden des Resonators befindet; dagegen nimmt die Intensität der Funken bis zu deren gänzlichem Verschwinden ab, wenn man das Drahtende längs des Resonators nach dessen Mitte zu bewegt. Ferner ist die Länge eines nicht zu breiten Resonators stets ungefähr gleich der halben Länge der entsprechenden Wellen.

Setzt man einen noch nicht gebrauchten Resonator zuerst aus grosser, dann nach und nach aus immer kleinerer Entfernung der Strahlung des Oszillators aus, so beginnen in einem gewissen Moment die Funken hervorzutreten; und da dieselben ausserordentlich rasch aufeinander folgen und fortwährend an einer anderen Stelle des Schnittes im Resonator zum Vorschein kommen, so glaubt das Auge gleichzeitig eine ganze Reihe derselben zu erblicken; unter der Lupe erscheinen sie wie eine Linie stark glänzender grünlicher Sternchen. Nach und nach werden indessen diese Fünkchen seltener und schliesslich hören sie ganz auf; man muss dann den Resonator dem Oszillator nähern, um sie für eine Weile aufs neue zum Vorschein zu bringen; darauf verschwinden sie abermals und treten erst bei einer neuen Annäherung wieder

auf; u. s. f. Die Empfindlichkeit eines Resonators nimmt also durch den Gebrauch ab, und zwar vollzieht sich diese Abnahme anfangs rasch, später sehr langsam.

Betrachtet man den Spalt im Resonator von Zeit zu Zeit unter dem Miskroskop, so erscheint derselbe, so lange der Resonator noch neu ist, sehr schmal und mit scharf begrenzten geradlinigen Rändern; mit dem Gebrauche wird dann der Spalt breiter und seine Ränder zeigen unregelmässige tiefe Einbuchtungen. Die fortschreitende Abnahme der Empfindlichkeit rührt demnach von der Verflüchtigung des Silbers durch die Funken her.

Bei Versuchen, welche einen sehr empfindlichen Resonator erfordern, muss man also diesen sehr häufig erneuern und es ist deshalb gut, wenn man über einen reichen Vorrat von Resonatoren verfügen kann; doch bringt dies keine Unbequemlichkeit mit sich, da dieselben sehr leicht und rasch herzustellen sind.

Für Versuche dagegen, welche keine grosse Empfindlichkeit beanspruchen, benutzt man besser einen Resonator, der schon längere Zeit gedient hat, da dessen Empfindlichkeit dann ziemlich konstant geworden ist.

Manchmal kommt es vor, das in einem neuen Resonator selbst in mässigem Abstande vom Oszillator überhaupt keine Funken auftreten wollen. Wenn man ihn dann dem Oszillator sehr nahe bringt, oder erforderlichenfalls geradezu einen der Konduktoren der Maschine mit dem Resonator berührt, so kommen mit einem Male die Funken zum Vorschein; nur muss man dann rasch den Resonator wieder von der Maschine entfernen, um ihn nicht unnötigerweise abzunutzen, da nach dieser ersten Erregung seine Empfindlichkeit die normale geworden ist. Wie es scheint, liegt die Ursache dieses eigentümlichen Verhaltens darin, dass der Diamant die Silberschicht nicht vollkommen entzwei geschnitten, sondern irgendwo eine dünne Verbindung zwischen den beiden Hälften übriggelassen hat. Diese wird zunächst durch die intensiven elektrischen Schwingungen erwärmt und schliesslich verdampft, worauf dann die Verhältnisse normale werden.

Ich habe ferner beobachtet, dass ein Resonator, den man nach und nach von dem Oszillator entfernt, auch dann noch Funken liefert, wenn er sich bereits in einer Distanz vom Oszillator befindet, in welcher er gar keine Funken giebt, falls man ihn unmittelbar in dieselbe bringt. Wie mir scheint, rührt dieses Verhalten von der durch die Funken entwickelten Wärme her. Eine analoge Erscheinung beobachtet man, wenn man den Resonator auf andere Weise einer Strahlung von abnehmender Intensität aussetzt.

Endlich zeigt sich ein Resonator, der lange benutzt worden war, dann aber einige Zeit hindurch unbenutzt gelegen hatte, bei erneuter Anwendung viel weniger empfindlich als bei der letzten Benutzung; Waschen mit Alkohol giebt ihm jedoch die frühere Empfindlichkeit wieder. Wahrscheinlich hat dieses Verhalten seine Ursache in einer Veränderung der Glasoberfläche durch die Funken, denn ganz dasselbe zeigen die Glasscheiben einer Influenzmaschine, wenn sie nicht gefirnist sind; auch die Oberfläche dieser Scheiben erlangt ja mit der Zeit eine gewisse Leitfähigkeit, die sich durch Waschen mit destilliertem Wasser (nach Marangoni) oder auch mit absolutem Alkohol wieder beseitigen lässt.

6. Herstellung der Resonatoren. — Die versilberten Platten, welche ich benutzte, waren entweder käufliche Spiegel oder eigens für meinen Zweck versilberte dünne Glasscheiben. Zur Herstellung der Resonatoren im allgemeinen, mit Ausnahme der für die kleinsten Wellen von zirka $2^1/_2$ cm Länge bestimmten, ist indessen die Verwendung fertiger Spiegel vorzuziehen.

Man nimmt von einem solchen ein Stück ABCD (Fig. 7) und schabt zunächst mit einem längs eines Lineals geführten Meissel den Silberbelag an den Langseiten des Rechtecks in entsprechender Breite ab; auf einem mittleren Streifen EFHG, dessen Breite EG oder FH gleich der Länge der herzustellenden Resonatoren ist, bleibt der Silberbelag erhalten. Ist dieser, wie es bei den im Handel vorkommenden Spiegeln der Fall zu sein pflegt, mit einem roten oder braunen

Firnis überzogen, so muss derselbe nunmehr, wenn auch nicht gerade allenthalben, so doch wenigstens auf einem zu den Langseiten des Rechteckes EFHG parallelen mittleren Streifen entfernt werden. Dies erreicht man je nach der Zusammensetzung des Firnisses durch Waschen der Platte mit Äther bei gewöhnlicher Temperatur, oder mit siedendem Alkohol oder Terpentinöl; erforderlichenfalls kann man die Wirkung des Lösungsmittels durch leichtes Reiben mit Watte unterstützen.

Darauf muss das Silber längs der Mittellinie LM entfernt und dadurch das Metallrechteck EFHG in zwei gleiche Teile zerlegt werden. Diese Operation, auf welche viel Sorgfalt zu verwenden ist, geschieht durch eine Längsverschiebung

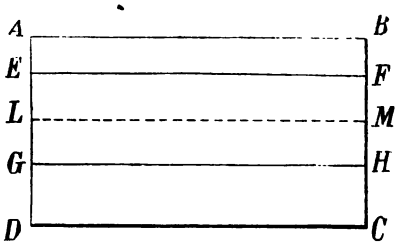


Fig. 7.

der Platte in ihrer Ebene, parallel zur Mittellinie, während eine feine Spitze auf dem Silberbelage ruht.

Für die grossen Resonatoren, welche auf elektromagnetische Wellen von 20 cm Länge ansprechen sollen und für welche keine besonders grosse Empfindlichkeit verlangt wird, kann eine sehr feine Stahlspitze genügen. Will man jedoch sehr empfindliche Resonatoren, besonders solche für wesentlich kürzere Wellen, so bedarf es der Anwendung eines jener kleinen, auf dünnen Eisenstäbchen montierten Diamanten, wie sie zum Gravieren mit der Maschine dienen. Mit einem solchen kann man den Silberbelag leicht auf einem Streifen von nicht mehr als $^1/_{500}$ mm Breite vollständig und in durchaus regelmässiger Weise entfernen; der so erzeugte Spalt zeigt unter dem Mikroskop eine gleichförmige Breite und ganz geradlinige Ränder. Die beste Stahlspitze oder Schneide da-

gegen liefert immer einen Einschnitt, der sich unter dem Mikroskop wie ein breiter und unregelmässiger Riss in der Silberfläche ausnimmt.

Zur Ausführung der beschriebenen Operation eignet sich sehr gut der in Fig. 8 abgebildete kleine Apparat, der weiter-

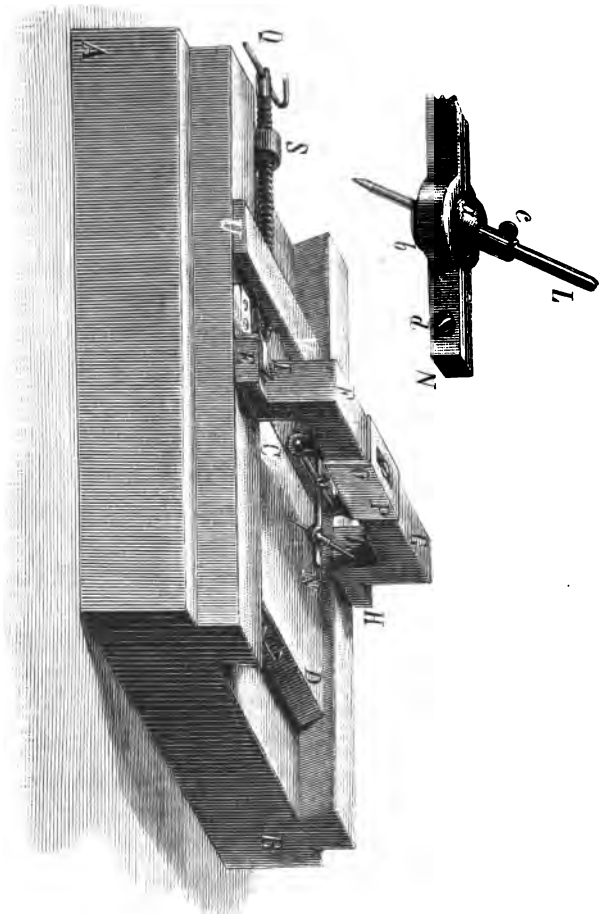


Fig. 8.

hin auch dazu benützt werden kann, die Glasplatte parallel zu AD und BC (Fig. 7) in eine Anzahl schmaler Streifen zu zerschneiden, von welchen dann jeder einen fertigen Resonator bildet.

Auf einer 31 cm langen und 23 cm breiten rechteckigen Tafel AB aus hartem Holze ist ein kleineres Brett CD von 13 cm Länge und gleicher Breite zwischen Führungen verschiebbar. Auf dieses Brett wird die in Fig. 7 dargestellte Glasplatte mit ihrer Linie LM parallel zu den Führungen gelegt und zwischen zwei dünnen Metallstreifen festgeschraubt. Ungefähr in ihrer Mitte sind die Führungen durch eine hölzerne Brücke EFGH verbunden, deren einer Fuss H um einen in der Grundplatte des Apparates sitzenden Dorn drehbar ist, während der andere Fuss E unter das metallene Winkelstück I passt und von demselben festgehalten wird. Auf solche Weise wird die Brücke in der abgebildeten Lage gesichert; sie lässt sich aber, wenn der Apparat zum Schneiden der Glasstreifen dienen soll, durch eine Drehung von 180° um den erwähnten Dorn auf die Seite bringen.

Der Gravierdiamant L ist am einen Ende N eines messingnen Hebels MN angebracht, welcher sich um eine zu ihm senkrechte horizontale Axe dreht; diese letztere wird von einer auf der Brücke EFGH verschiebbaren messingnen Hülse OP getragen. Diese kann durch eine Schraube an jeder beliebigen Stelle der Brücke festgeklemmt werden und es ist dadurch möglich, die Linie, welche der Diamant bei der Längsverschiebung der Platte CD in das Silber einschneidet, genau an der gewünschten Stelle zu erhalten.

Links oben in der Fig. 8 sind der Diamant L und das Ende des Hebels MN ungefähr in der natürlichen Grösse abgebildet. Das Eisenstäbchen, welches den Diamanten trägt, wird durch eine Schraube *c* in der Mitte einer Messingkugel *ab* festgehalten. Diese ihrerseits passt in die entsprechenden Vertiefungen zweier Messingstreifen, die am Ende des Hebels eine Art von Pinzette bilden. Eine Schraube *d* presst die Messingstreifen zusammen und hält dadurch den Diamanten in einer bestimmten Lage fest.

Diese Vorrichtung ist ungemein wichtig, indem sie dem Träger des Diamanten, wenigstens innerhalb weiter Grenzen, jede beliebige Orientierung zu geben gestattet. Der Diamant zeichnet nämlich nur sehr selten nach der Einführung in den

Apparat ohne weiteres eine scharf begrenzte Linie in die Silberschicht. Und ist dies nicht der Fall, so muss man den Diamanten um seine Axe drehen, oder die Neigung der letzteren verändern, bis man durch Probieren eine Lage trifft, in welcher der Diamant einen Einschnitt liefert, der bei der Prüfung unter dem Mikroskop den Anforderungen genügt. Ebenso muss man durch Probieren feststellen, unter welchem Druck der Diamant beim Schneiden in die Silberfläche einzudringen hat; um diesen Druck variieren zu können, lässt sich auf dem Hebel MN ein kleines Gegengewicht verschieben und an der geeigneten Stelle durch eine Schraube festhalten.

Hat man dann einmal die geeignete Lage des Diamanten ausfindig gemacht, so kann man ihn ohne weitere Verschiebung für eine grosse Zahl von Operationen benützen. Diese werden auf folgende Weise vorgenommen. Man hebt den Diamanten in die Höhe und schiebt das Brett CD gegen das Ende der Grundtafel, worauf man den Diamanten auf die Glastafel sinken lässt und dann das Brett langsam und gleichförmig wieder zurückzieht. Um endlich die Glastafel in die einzelnen Streifen zu zerschneiden, dreht man die Brücke EFGH in der bereits angegebenen Weise zur Seite und verbindet die Platte CD mit einer Schraube Q von zirka 12 cm Länge und 2 mm Ganghöhe, deren Mutter S am Ende der Grundtafel des Apparates angebracht ist. Um die Schraube Q bequem mit der Platte CD verbinden zu können, ist die erstere mit einem zylindrischen Ansatz versehen, in welchen eine tiefe Rinne eingedreht ist; in diese letztere greift ein an das Ende des Brettes CD festgeschraubtes Messingblech mit halbkreisförmigem Ausschnitt ein. Jede Drehung der Schraube Q bewirkt dann eine entsprechende Verschiebung des Brettes CD zwischen seinen Führungen.

Die Breite der Resonatoren beträgt, wie wir später sehen werden, im allgemeinen 1, 2, oder 6 Millimeter. Zieht man deshalb immer nach einer halben, nach einer ganzen oder nach drei Umdrehungen der Schraube einen Schneidediamanten längs eines zu den Führungen der Platte CD senkrechten

Holzlineals über die Glastafel hinweg, so wird diese in Streifen zerschnitten, von welchen jeder einen zum Gebrauche fertigen Resonator bildet. Der vom Silber entblösste Teil des Glasstreifens dient zum Anfassen des Resonators.

Mit dem in Fig. 8 abgebildeten Apparat erhält man in kurzer Zeit und ohne Schwierigkeit eine sehr grosse Anzahl solcher Resonatoren.

Für diejenigen unserer Leser, welche etwa derartige Resonatoren herstellen wollen, sei hier bemerkt, dass im Handel Spiegel vorkommen, deren Silberschicht ein regelmässiges Eindringen des Diamanten und die Erzeugung des erforderlichen sehr engen Spaltes nicht gut gestattet. Im allgemeinen eignen sich die Spiegel mit rotem Firnis und auch gewisse Qualitäten mit braunem Firnis sehr gut für unseren Zweck.

Der Spiegel soll so dünn als möglich sein, besonders für die Resonatoren von 2 mm Breite. Für die nur 1 mm breiten findet man selten fertige Spiegel, deren Glas dünn genug ist, um sich in so schmale Streifen zerschneiden zu lassen; man muss sich also möglichst dünne Glasscheiben verschaffen und dieselben eigens versilbern.

7. Dimensionen der Oszillatoren und Resonatoren. — Beim Beginn meiner Untersuchungen war meine Absicht lediglich auf die Gewinnung möglichst kurzer Wellen gerichtet. Ich stellte deshalb zunächst immer kleinere Oszillatoren her und suchte für jeden derselben durch Probieren die Dimensionen, welche die zugehörigen Resonatoren erhalten mussten, um noch in möglichst grosser Entfernung vom Oszillator Funken zu geben. Die bezüglichen Versuche wurden folgendermassen angestellt. Eine grosse versilberte Glasplatte, in welche nach dem im vorigen Paragraphen beschriebenen Verfahren mit dem Diamanten ein Spalt gemacht worden war, wurde in eine Anzahl Resonatoren zerteilt und diese wurden in Gruppen von verschiedener Länge und oft auch von verschiedener Breite geordnet. Nacheinander wurden diese Resonatoren den Wellen des Oszillators, zuerst in sehr grosser, dann in successive geringerer Entfernung ausgesetzt und es

wurde beobachtet, in welcher Entfernung die Funken zuerst auftraten. Auf diese Weise ergab sich, welche Resonatoren die grösste Empfindlichkeit besassen.

Beträchtlichere Differenzen zwischen den verschiedenen Resonatoren gaben sich bei diesem Verfahren erst dann kund, wenn die Dimensionen der Resonatoren stark von einander abwichen und diese demgemäss auch sehr verschiedene eigene Schwingungsperioden besassen. In der That vermag ein und derselbe Oszillator bekanntlich auf Resonatoren von sehr verschiedener Schwingungsperiode einzuwirken; die Ursache hiervon erblickt man heute allgemein in dem rapiden Sinken der Intensität, oder, mit anderen Worten, in der raschen Dämpfung der Schwingungen im Oszillator. Daraus folgt, dass ein Oszillator bezüglich der Wahl der zugehörigen Resonatoren einen ziemlichen Spielraum lässt.

Im Laufe meiner Untersuchungen bin ich jedoch dazu gekommen, in entgegengesetzter Weise zu verfahren; ich suchte ausfindig zu machen, welche Dimensionen ein Oszillator haben müsse, damit ein gegebener Resonator unter seiner Einwirkung möglichst intensive Funken zeige oder noch in möglichst grosser Entfernung von demselben seine Einwirkung erkennen lasse.

Man wird vielleicht glauben, dieses Verfahren müsse zu analogen Resultaten führen wie das erste; doch ist dies nicht der Fall.

Nehmen wir z. B. an, wir hätten einen aus Kugeln von 1,56 cm Durchmesser zusammengesetzten Oszillator und hätten gefunden, dass unter einer Anzahl von Resonatoren von den verschiedensten Dimensionen diejenigen, welche einer Wellenlänge von 10,6 cm entsprechen, durch diesen Oszillator am intensivsten erregt werden. Setzen wir dann diese Resonatoren der Wirkung anderer Oszillatoren aus, die aus grösseren Kugeln, z. B. solchen von 3—4 cm Durchmesser, bestehen, so finden wir, dass sie diesen Oszillatoren gegenüber eine weit grössere Empfindlichkeit zeigen, als dem ersten Oszillator gegenüber. Natürlich würde ein Resonator, welcher einer noch

grösseren Wellenlänge, z. B. 20 cm, entspricht, diesen grösseren Oszillatoren gegenüber sich als noch empfindlicher erweisen.

Man sieht also, dass es vorteilhaft ist, für einen gegebenen Resonator einen grösseren Oszillator zu benützen, als den seinen eigenen Dimensionen am nächsten entsprechenden. Der Grund ist ohne Zweifel der, dass bei den Entladungen des grösseren Oszillators mehr Elektrizität in Bewegung gesetzt wird.

Hierdurch wurde ich veranlasst, die Oszillatoren etwas grösser zu wählen; schliesslich blieb ich bei den folgenden Dimensionen (in Centimetern):

Bezeichnung der Apparate	Oszillatoren Durchmesser der Kugeln	Resonatoren Länge	Breite	Wellenlänge
I	0,8	0,9	0,1	2,6
II	3,75	3,6	0,2	10,6
III	8	10	0,2	20
		3,6	0,6	11,8
		10	0,6	21,4

Mit wenigen Ausnahmen kamen immer die mit I, II und III bezeichneten Apparate zur Verwendung.

Natürlich ist es nicht ratsam, den Oszillator allzu gross zu wählen. Die ganz kleinen Resonatoren ($\lambda = 2{,}6$ cm) z. B. werden durch den aus Kugeln von 3,75 cm Durchmesser gebildeten Oszillator viel weniger stark angeregt, als durch denjenigen mit Kugeln von 0,8 cm Durchmesser.

Die grössten Apparate (No. III) für eine Wellenlänge $\lambda = 20$ cm eignen sich besonders, wenn man die Fundamentalversuche mehreren Personen gleichzeitig demonstrieren will, weil die Funken in diesen Resonatoren auch auf beträchtliche Entfernungen sichtbar sind, besonders wenn durch Ebonitplatten das Licht der Oszillatorfunken abgeblendet wird.[1])

[1]) Um die Funken eines Resonators besser von ferne beobachten zu können, kann man in der Silberschicht desselben mittels des Diamanten anstatt einer Unterbrechungslinie eine ganze Anzahl solcher ziehen. In all diesen entstehen dann Funken; freilich ist auch die Empfindlichkeit des Resonators damit bedeutend verringert.

Auch für einige der in diesem Buche beschriebenen Versuche, z. B. für diejenigen des nächsten Kapitels und für die Beugungsversuche, sind die grössten Apparate zu gebrauchen. Man kann ferner einen Resonator No. III zusammen mit einem Oszillator No. II verwenden, da eine derartige Verbindung die Intensität der zu beobachtenden Wirkungen nur äusserst wenig vermindert.

Für die meisten Experimente über die Optik der elektromagnetischen Strahlen sind indessen die Apparate No. II die geeignetsten.

Die Apparate No. I endlich sind nur in ganz besonderen Fällen zu empfehlen, in welchen die Anwendung sehr kurzer Wellen unumgänglich ist. Noch kleinere Apparate als diese hatte ich bislang nicht nötig; Lebedew[1]) freilich hat solche für Wellen von 0,6 cm Länge konstruiert. Zum Nachweise der Schwingungen in seinen Resonatoren diente ihm ein thermoelektrisches Element.

Ebensowenig hatte ich Gelegenheit, grössere Apparate als die mit No. III bezeichneten zu konstruieren; sicher jedoch würde man mit grossen Apparaten, zumal wenn man zum Nachweise der Wellen die Metallpulverindikatoren benutzte, die Wirkungen der ersteren noch bis auf sehr bedeutende Entfernungen vom Oszillator konstatieren können.

Wie aus der obigen Tabelle ersichtlich ist, übertrifft die Länge eines Resonators niemals die Hälfte der zugehörigen Wellenlänge; sie erreicht diesen Betrag sogar nur dann, wenn die Breite des Resonators verhältnismässig eine sehr geringe ist.

Vergrössert man die Breite eines Resonators bei konstanter Länge, so wächst die zugehörige Wellenlänge. Wie aus der Tabelle zu entnehmen, besitzt ein Resonator wie No. III, der 10 cm lang, aber 0,6 cm anstatt 0,2 cm breit ist, eine Wellenlänge von 21,4 cm anstatt der 20 cm des schmäleren Resonators; ebenso kommt von zwei Resonatoren, welche 3,6 cm lang und beziehungsweise 0,6 und 0,2 cm

---

[1]) Wied. Ann. 56, p. 1. 1895.

breit sind, dem ersteren eine Wellenlänge von 11,8 cm, dem letzteren nur eine solche von 0,6 cm zu. Es bestätigt sich also bei den Resonatoren eine Thatsache, deren Analogon bei den Orgelpfeifen längst bekannt ist; auch die Länge dieser letzteren ist ja nur dann gleich der halben Wellenlänge des Grundtones, wenn das Verhältnis zwischen der Länge und dem Querschnitt der Pfeife ein sehr grosses ist, während für einen und denselben Grundton die Pfeife um so kürzer sein muss, je grösser ihr Querschnitt ist.

8. Montierung der Resonatoren. — In der Regel ist es vorteilhaft, den Resonator mit einem parabolischen Zylin-

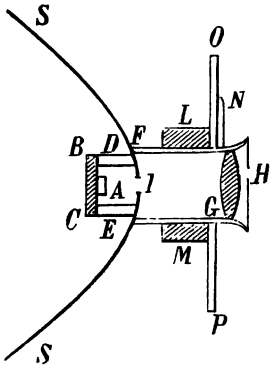


Fig. 9.

derspiegel auszustatten. Man erblickt einen solchen (L) in Fig. 3, sowie in der beistehenden Abbildung (Fig. 9), welche einen Querschnitt des Apparates darstellt. Der Resonator A wird mittels zweier Kautschukbänder auf einem Ebonitstreifen festgehalten, dessen Länge gleich der Höhe des Spiegels und dessen Querschnitt BC ist. Der Ebonitstreifen selbst kann, wenn der Resonator gegen einen andern ausgetauscht werden soll, leicht fortgenommen und wieder eingesetzt werden. Der Spiegel SS hat in der Mitte eine Öffnung I, vor welcher sich der Schnitt des Resonators befindet. Beide sind von einem kurzen Ebonitrohr DE um-

geben, welches von dem Spiegel bis zu dem Ebonitstreifen hinter dem Resonator reicht. An der Aussenseite schliesst sich daran ein Messingrohr FG, von welchem jener getragen wird; zusammen mit dem Ebonitrohr und Streifen bildet dasselbe eine Art von Dunkelkammer, innerhalb deren die Funken des Resonators durch die Öffnung I hindurch mittels einer Lupe H beobachtet werden können. Das Rohr FG ist in dem Träger LM drehbar und mit einem Index N versehen, dessen Stellung auf dem Teilkreise OP das Azimut von Resonator und Spiegel bei deren Drehung um die Axe des Rohres FG angiebt.

In der Fig. 3 ist L der parabolische Reflektor und K der Teilkreis. Dieser Reflektor L, welcher für Resonatoren von 10,6 cm Wellenlänge benutzt wurde, ist 21 cm hoch; die Breite zwischen den geradlinigen Rändern beträgt 25 cm, die Brennweite etwa 2,65 cm ($^1/_4$ Wellenlänge).

Für die Resonatoren No. III ($\lambda = 20$ cm) kann man dieselbe Montierung wie in Fig. 3 und 9 und den gleichen Reflektor wie für die Resonatoren No. II verwenden; vorteilhafter jedoch ist ein grösserer Spiegel mit etwa 5 cm Brennweite.

Bei Vorlesungsversuchen, für welche die Resonatoren No. III am geeignetsten sind, kann man den Spiegel aus Kupferblech durch eine Anzahl paralleler Kupferdrähte ersetzen, von welchen jeder eine Mantellinie des parabolischen Zylinders bildet.[1]) Die Funken im Resonator sind dann nach allen Richtungen sichtbar. Ich benutzte zu diesem Zwecke Drähte von 28 cm Länge und 0,6 mm Dicke, welche zusammen einer parabolischen Zylinderfläche von 36 cm Öffnung und 5 cm Brennweite angehörten. Der Abstand zwischen den einzelnen Drähten betrug etwa 1 cm.

Für die kleinsten Resonatoren No. I dient ein Spiegel von 6 cm Höhe, 4,5 cm Öffnung und 1,95 cm Brennweite. Der Spiegel des zugehörigen Oszillators ist etwas grösser.

---

[1]) Derartige Reflektoren beschreibt auch Zehnder (Wied. Ann. 52, p. 34, 1894).

9. Anwendung des Resonators zu Messungen. — Der mit dem Resonator verbundene Teilkreis OP (Fig. 9) ermöglicht es, diesen Apparat ähnlich wie einen optischen Analysator zu verwenden. Je nach der Art der beabsichtigten Untersuchung kann derselbe folgende Angaben liefern.

a) Bestimmung des Azimuts der Schwingungen, welche den Resonator treffen. — Wenn die Orientierung der Schwingungen, welche den Resonator treffen, unbekannt ist und bestimmt werden soll, so braucht man diesen nur um seine horizontale Axe so weit zu drehen, bis die Funken, welche man in ihm wahrnimmt, das Maximum der Intensität und Frequenz erreichen. Besser jedoch ist es, den Resonator aus dieser Maximumstellung nach beiden Seiten so weit zu drehen, bis die Funken verloschen sind oder eben verlöschen wollen; die Mitte zwischen diesen beiden Stellungen giebt dann die gesuchte Orientierung des Maximums. Oder man dreht den Resonator nach beiden Seiten so weit gegen diejenige Stellung, in welcher er selbst bei grösster Empfindlichkeit keine Funken giebt, bis diese eben verschwinden. Die Mittelstellung zwischen den beiden so beobachteten ist senkrecht zu der gesuchten.

b) Messung der Strahlungsintensität. — Ist das Azimut der auf den Resonator fallenden Schwingungen bekannt, so kann man mittels des Resonators die relative Amplitude, also die relative Intensität der Schwingungen in verschiedenen Fällen, angenähert messen. Eine derartige Messung ist z. B. erforderlich, wenn man die Verminderung, welche die Intensität der Strahlen durch bestimmte, auf ihrer Bahn befindliche Körper erfährt, untersuchen will. Sind die Schwingungen vertikal, so entfernt man den Resonator durch Drehung des Rohres FG um seine Axe soweit aus der Vertikalstellung, bis die Funken entweder ganz verschwinden, oder doch sehr schwach und selten werden. Dasselbe wird wiederholt, nachdem man den zu untersuchenden Körper den Strahlen in den Weg gestellt hat; dann ist das Verhältnis der Cosinus der beiden so gefundenen Winkel gleich dem umgekehrten Ampli-

tudenverhältnis der Schwingungen, welche in den beiden Fällen zum Resonator gelangt waren.

c) Bestimmung der Richtung eines Strahles elektrischer Kraft. — Bei den Versuchen über die Ablenkung der Strahlen durch Prismen kommt es darauf an, die Richtung des austretenden Strahles zu bestimmen. Zu diesem Zwecke dreht man den beweglichen Arm, welcher den Resonator trägt, nach der Stellung, in welcher die Funken im Resonator ein Maximum erreichen. Um den Resonator dabei nicht zu sehr abzunützen, kann man ihn, anstatt parallel zu der Richtung der austretenden Schwingungen, unter einem geeigneten Winkel gegen dieselben orientieren, da in diesem Falle nur eine Komponente der Schwingungen auf ihn einwirkt und erst in der Nähe der gesuchten Maximalstellung schwache Funken aufzutreten beginnen.

d) Anwendung des Resonators im Falle elliptischer oder kreisförmiger Schwingungen. — Weiterhin werde ich mitteilen, auf welche Weise mir zum ersten Male die Erzeugung kreisförmiger und elliptischer Schwingungen gelungen ist. Hat man mit kreisförmigen Schwingungen zu thun, so erkennt man dies daran, dass bei der Drehung des Resonators um seine horizontale Axe die Funken in demselben eine konstante Intensität bewahren. Giebt der Resonator in jedem Azimut Funken, deren Intensität jedoch nicht konstant ist, sondern in einem gewissen Azimut ein Maximum und in dem hierzu senkrechten Azimut ein Minimum aufweist, so bedeutet dies, dass elliptische Schwingungen vorliegen.

Ist die Ellipse sehr schmal und der Resonator nicht genügend empfindlich, so wird man freilich weder im Azimut der kleinen Axe der Ellipse, noch auch in dessen Nähe Funken beobachten können und es bleibt dann zweifelhaft, ob die Schwingungen elliptische oder geradlinige sind. Da jedoch die Abnahme der Funkenintensität, welche man bei der Drehung des Resonators von der Maximumstellung aus beobachtet, bei elliptischen Schwingungen eine langsamere ist als bei geradlinigen, so wird man, wenn man einmal eine gewisse Übung im Beobachten erlangt hat, manchmal aus

diesem Umstande zu erkennen vermögen, welche Art von Schwingungen gerade vorliegt.

Weicht dagegen die Ellipse nur wenig von einem Kreise ab, so ist die Änderung der Funkenintensität bei Drehung des Resonators um seine Axe nur sehr unbedeutend und kann leicht der Beobachtung entgehen. In einem solchen Falle ist es von Vorteil, die Wirkung auf den Resonator auf irgend eine Weise, z. B. durch Entfernung desselben von dem Ausgangspunkte der Schwingungen, abzuschwächen und dann zu untersuchen, ob bei einer gewissen Orientierung die Funken im Resonator verschwinden. Ist dies der Fall, so bezeichnet eben jene Orientierung die kleine Axe der Ellipse.

In diesen verschiedenen Fällen begegnet der Beobachter anfangs einer gewissen Schwierigkeit, welche davon herrührt, dass mit der Abnahme der auf den Resonator wirkenden elektrischen Kraft die Funken in demselben nicht allein weniger intensiv, sondern zugleich auch seltener werden. Ohne Zweifel rührt dies davon her, dass die Funken im Oszillator bei ihrer rapiden Aufeinanderfolge Wellen von ungleicher Intensität erzeugen. Bewegt man dann den Resonator so, dass er der Einwirkung des Oszillators nach und nach entzogen wird, so spricht er schliesslich nur noch auf die stärksten Funken an.

Auf folgende Weise jedoch lässt sich die angegebene Schwierigkeit überwinden. Wenn die Funken im Resonator bereits sehr selten geworden sind, bestimmt man nach den Schlägen eines Metronoms oder einer nahen Pendeluhr die Zeit zwischen zwei aufeinanderfolgenden Funken und verschiebt dann den Resonator in der Richtung, welche einer Abnahme der Funkenhäufigkeit entspricht, so weit, bis eine genügende Zeit, z. B. eine Minute, verstreicht, ohne dass Funken erscheinen. Dieselbe Bestimmung wiederholt man dann für eine Drehung des Resonators in entgegengesetzter Richtung und betrachtet das Mittel zwischen den beiden so gefundenen Orientierungen als die eigentliche Nullstellung des Resonators.

Die öftere Wiederholung einer solchen Messung giebt Resultate, welche nur sehr wenig von einander abweichen.

Bei Winkelmessungen z. B. beträgt die Abweichung selten mehr als einen Grad, besonders wenn die Untersuchung von der Art ist, dass man einen bereits seit längerer Zeit gebrauchten Resonator verwenden kann, dessen Empfindlichkeit zwar verhältnismässig gering, dafür aber auch mit der Zeit nur wenig veränderlich ist.

10. Resonatoren ganz ohne parabolischen Spiegel oder mit einem sehr schmalen Streifen eines solchen. — Bei manchen Untersuchungen, wie z. B. bei einem Teile derjenigen über Interferenz und Beugung, ist ein Resonator mit parabolischem Reflektor nicht verwendbar. Auch in diesen Fällen ist es jedoch bequem, wenn man den Resonator um eine zur Richtung der Strahlen parallele Axe drehen kann. Der Apparat bleibt ganz derselbe wie in Figur 9, nur fehlt der parabolische Reflektor S S. Natürlich erhält man aber dann unter denselben Bedingungen nur bedeutend schwächere Funken im Resonator.

Dieselben lassen sich jedoch etwas verstärken, wenn man an die Stelle des Reflektors S S einen einfachen, zum Resonator parallelen Streifen Kupferblech bringt, der bei den Apparaten für 10,6 cm Wellenlänge etwa 1 cm breit und 15 oder 20 cm lang ist; in der Mitte hat derselbe eine Oeffnung, durch welche man mittels der Lupe H die Funken beobachtet. Die Entfernung zwischen dem Kupferstreifen und dem Resonator soll etwa ein Viertel der Wellenlänge betragen.

Trotz seiner geringen Breite reflektiert der Kupferstreifen die Wellen und bewirkt damit, dank der Stellung des Resonators gegenüber der reflektierenden Fläche, eine Verstärkung der Schwingungen in diesem. Einen Anteil an der verstärkten Einwirkung auf den Resonator hat freilich auch die Erscheinung der sekundären Wellen, von welchen im folgenden Kapitel die Rede sein wird. Jedenfalls bleibt aber die Empfindlichkeit des Resonators geringer als bei Anwendung des grossen Spiegels.

Bei einigen Versuchen habe ich eine Art von Mittelweg zwischen den beiden Extremen eingeschlagen. Der Resonator

wurde mit einer nur etwa 6 cm breiten Zylinderfläche versehen, deren Form ungefähr derjenigen des zentralen Teiles des Reflektors L (Fig. 9) entsprach. Auch wenn auf diesen schmalen Konkavspiegel andere als ebene Wellen treffen, werden sie durch denselben in genügender Nähe zum Resonator konzentriert, um in diesem sehr lebhafte Funken zu erzeugen.

11. Empfindlichkeit der beschriebenen Apparate. — In meinen Resonatoren sind noch deutliche Funken zu erkennen, wenn ihre Entfernung vom Oszillator im Vergleich zur Wellenlänge bereits eine sehr grosse ist; auch in dieser Beziehung sind also meine Apparate den früher benutzten unzweifelhaft überlegen. So z. B. nimmt man in einem mit Reflektor versehenen Resonator No. III, welcher sich gegenüber einem, ebenfalls mit Reflektor versehenen, Oszillator No. II befindet, die Funken an der Unterbrechungsstelle des Silbers auch dann noch wahr, wenn die beiden Apparate bereits über 25 Meter, also mehr als das 125fache der Wellenlänge des angewendeten Resonators, von einander entfernt sind. Mit einem Oszillator No. III zeigt derselbe Resonator seine Funken noch auf grössere Entfernungen.

Benützt man einen Resonator No. II zusammen mit einem Oszillator No. II, also die Apparate, deren ich mich bei meinen Versuchen am häufigsten bedient habe, so kann man eine deutliche Wirkung noch auf Entfernungen von etwa 20 Metern, das heisst bis auf beinahe das 190fache der Wellenlänge, wahrnehmen.

Mit den Apparaten No. I endlich erhält man Funken bis auf zirka 80 cm Entfernung, also bis auf 31 Wellenlängen. Wahrscheinlich würde man bei besonders sorgfältiger Herstellung dieser Apparate, insbesondere bei Verwendung noch schmälerer Resonatoren, eine Wirkung noch auf etwas grössere Entfernungen konstatieren können; aber ein Bedürfnis nach dieser Vervollkommnung lag nicht vor, da die Apparate sich bereits als ausreichend empfindlich erwiesen.

Verfügt man nicht über einen genügend grossen Raum, um die Apparate No. II oder No. III in den grössten zulässigen Entfernungen von einander aufstellen zu können, so kann man sie ganz gut in verschiedenen Zimmern unterbringen und die elektromagnetische Strahlung durch die Thür von einem Raum in den anderen gelangen lassen. Oder man kann den Weg der Strahlen verdoppeln, indem man sie von einer entsprechend orientierten Metallfläche zurückwerfen lässt. Die Apparate können sich z. B. in zwei benachbarten Räumen befinden und die reflektierende Metallwand kann in der Thür zwischen den beiden Räumen aufgestellt sein. Entfernt man dann die Metallfläche nur ganz wenig aus der richtigen Stellung, so verschwinden alsbald die Funken im Resonator.

Das Strahlenbündel, welches von dem Spiegel des Oszillators ausgeht, ist ziemlich scharf begrenzt. In der That sieht man, wenn die beiden Apparate einander gegenüberstehen und nur einer derselben ein wenig nach der Seite verschoben wird, sofort die Funken im Resonator abnehmen und dann ganz verschwinden.

Mit den Apparaten No. I lässt sich der Reflexionsversuch in sehr kleinem Maassstabe ausführen. Als reflektierender Spiegel kann z. B. eine Zehn-Centesimi-Münze oder irgend eine Metallplatte von derselben Grösse dienen. Ein dielektrisches Prisma von ungefähr der gleichen Grösse wie die bei optischen Versuchen benützten vermag die Brechung der vom Oszillator No. I ausgesandten Wellen zu zeigen

Natürlich nimmt, wenn Oszillator und Resonator nicht mit den parabolischen Spiegeln ausgerüstet sind, mit wachsender Entfernung zwischen beiden die Wirkung auf den Resonator sehr rasch ab. So z. B. zeigt ein Resonator No. III, wenn er auf diese Weise zusammen mit einem Oszillator No. II oder No. III verwendet wird, keine Funken mehr, sobald er sich 3 oder 4 Meter weit vom Oszillator befindet. Diese Entfernung ist also viel geringer, als die bei Anwendung von Reflektoren erreichbare; trotzdem aber ist das Experiment, wenn man dasselbe zum ersten Male sieht, nicht weniger überraschend.

Zweites Kapitel.

Ueber die von den Resonatoren oder von dielektrischen Massen ausgesandten elektrischen Wellen.

12. Von einem in Thätigkeit befindlichen Resonator erzeugte Wellen. — Körper von irgend welcher Beschaffenheit, gleichviel ob Leiter oder Dielektrika, welche sich in der Nähe des Resonators befinden und gleich diesem durch die vom Oszillator ausgesandten Wellen getroffen werden, bringen zumeist eine deutliche Wirkung hervor, indem sie die Funken im Resonator verstärken oder schwächen.

Das Studium dieses Vorganges muss der Beschreibung unserer Versuche über die Wiedergabe der wichtigsten optischen Erscheinungen mittels elektromagnetischer Wellen vorausgehen, weil sonst bei der Interpretation dieser Versuche leicht Irrtümer unterlaufen könnten.

Am einfachsten gestaltet sich der Fall, wenn der Körper, welchen man auf den Resonator einwirken lässt, selbst ein Resonator ist; ich beginne deshalb mit diesem Falle und gebe der Kürze halber ohne weiteres die allgemeine Erklärung der Erscheinungen, um sie dann auf jeden einzelnen Versuch anzuwenden.

Diese Erklärung ist überaus einfach und bietet sich dem aufmerksamen Beobachter der Erscheinungen gewissermassen von selbst dar. Man braucht nur die Annahme zu machen, dass ein Resonator unter der Einwirkung elektrischer Wellen sich selbst wie ein Oszillator verhält und Wellen erzeugt, welche wir *sekundäre Wellen* nennen wollen und welche ihrerseits im Stande sind, in anderen Resonatoren Schwingungen

hervorzurufen. Hier sind nun wiederum zwei verschiedene Fälle möglich: der Resonator, an welchem die Wirkung der sekundären Wellen beobachtet werden soll, kann gleichzeitig der direkten Einwirkung des Oszillators ausgesetzt oder derselben entzogen sein; jeder dieser Fälle soll gesondert betrachtet werden. (Ueber den ersteren s. § 13 und 14, über den letzteren § 15 und 16). Und zwar beginnen wir mit dem ersteren Falle. Um nämlich den resultierenden Effekt der primären und sekundären Wellen zu bestimmen, muss man die Phasendifferenz kennen, mit welcher sie bei dem untersuchten Resonator anlangen, wogegen eine solche natürlich nicht in Betracht kommt, wenn die sekundären Wellen allein wirken.

Diese Phasendifferenz setzt sich aus zwei Teilen zusammen: ein Teil rührt von dem Unterschied zwischen den Wegen her, welche die beiden Wellen bis zu ihrem Zusammentreffen zu durchlaufen haben, während der andere Teil, welcher $= \pi$ ist und mithin einem Gangunterschied von einer halben Wellenlänge entspricht, durch die Natur der sekundären Wellen an sich bedingt ist. Es ist leicht ersichtlich, weshalb diese letztere Phasendifferenz eingeführt werden muss; die in den beiden Hälften des Resonators, von welchem die sekundären Wellen ausgehen, in jedem Augenblicke vorhandenen elektrischen Ladungen erzeugen in dessen Umgebung eine elektrische Kraft, deren Vorzeichen demjenigen der elektrischen Kraft in der primären Welle entgegengesetzt ist.

Strenge genommen müsste man die sekundären Wellen durch dieselben Formeln darstellen, welche Hertz für die Wirkung eines kleinen geradlinigen Oszillators gegeben hat (s. Beilage *A* § 1); die betreffenden Entwicklungen würden indessen sehr kompliziert werden und man kann deshalb annehmen, dass die sekundären elektrischen Schwingungen, ebenso wie die primären, von der Art der Pendelschwingungen sind. Die im Folgenden zu beschreibenden Versuche lassen sich auch unter dieser Voraussetzung mit hinreichender Annäherung darstellen.

13. Wirkung eines Resonators auf einen anderen von gleicher Periode. — Für diese Versuche sind die Resonatoren No. III am geeignetsten, weil ihre Funken sehr gut von weitem sichtbar sind, ohne dass man sie mit der Lupe zu betrachten oder in einem dunklen Raume zu arbeiten braucht; man kann indessen auch die Resonatoren No. II benutzen, woferne die Beobachtungen in einem halbdunklen Raume vorgenommen werden.

Natürlich dürfen die Resonatoren für diese Versuche nicht mit einem Reflektor versehen sein und es ist deshalb auch zwecklos, sie wie in Figur 9 zu montieren; es genügt, wenn man sie auf einen dünnen Holzstreifen befestigt oder man kann sie auch ganz einfach in der Hand halten.

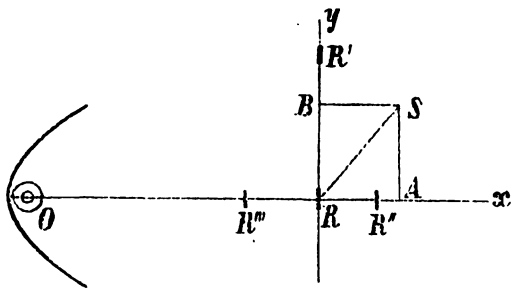


Fig. 10.

Wenn zwei Resonatoren gleichzeitig der Einwirkung des Oszillators ausgesetzt sind, so beeinflussen im allgemeinen die von dem einen ausgehenden sekundären Wellen auch den anderen; in gewissen Fällen jedoch, von welchen wir im Folgenden einige behandeln werden, sind die Gesetze, denen die Erscheinung unterliegt, sehr einfacher Natur.

a) *Die Resonatoren sind parallel zum Oszillator und befinden sich beide auf derselben Wellenfläche.* — O (Fig. 10) sei der Oszillator, und R, resp. R' seien die beiden Resonatoren; dieselben sind parallel zum Oszillator — z. B. beide vertikal — in einer Ebene aufgestellt, welche durch die vom Spiegel des Oszillators ausgehenden Strahlen senkrecht getroffen wird. Be-

obachtet man die Funken in einem der Resonatoren, z. B. in R, während die Entfernung RR′ zwischen den beiden Resonatoren geändert wird, so bemerkt man, dass die Funken in R bei gewissen Werten von RR′ ein Maximum, bei anderen ein Minimum der Intensität zeigen. Bei sehr kleiner Entfernung RR′ bleibt der Resonator R dunkel, wenn seine Empfindlichkeit diejenige von R′ nicht bedeutend übertrifft; wird $RR' = \lambda/2$, so erreichen die Funken in R die grösste Intensität; bei weiterem Anwachsen von RR′ sinkt ihre Intensität von neuem und erreicht ein Minimum bei $RR' = \lambda$. Dann nehmen sie wieder zu und bei $RR' = 3\lambda/2$ tritt ein zweites Maximum auf, welches freilich viel weniger scharf ausgeprägt ist, als das erste.

Sind die beiden Resonatoren R und R′ gleich empfindlich, so lassen sich diese Wirkungen regelmässig sowohl an dem einen wie an dem anderen beobachten. Ist dagegen der eine Resonator empfindlicher als der andere, so sind die Änderungen in der Intensität der Funken nur an diesem letzteren wahrzunehmen, an diesem aber dann leichter als bei gleicher Empfindlichkeit beider Resonatoren. Man wählt deshalb für diesen Versuch am besten zwei Resonatoren, von welchen der eine noch ganz neu und deshalb sehr empfindlich, der andere schon seit einiger Zeit benutzt und infolgedessen minder empfindlich ist. An diesem letzteren Resonator beobachtet man dann die Wirkungen, welche von dem anderen hervorgebracht werden.

Von diesen Erscheinungen giebt die allgemeine Erklärung des vorigen Paragraphen in einfacher Weise Rechenschaft. Auf den Resonator R treffen sowohl die primären Wellen von O wie die sekundären Wellen von R′. Diese letzteren gelangen zu R mit einer Phasenverzögerung, welche sich aus zwei Teilen zusammengesetzt: der eine Teil, π, ist durch ihre Eigenschaft als sekundäre Wellen bedingt, der andere rührt von der zur Zurücklegung des Weges RR′ erforderlichen Zeit her. Ist $RR' = 0, \lambda$, etc. so kommen die sekundären Wellen in R mit entgegengesetzter Phase wie die primären an und interferieren deshalb mit diesen; ist dagegen $RR' = \lambda/2, 3\lambda/2,$

etc. so haben die sekundären Wellen in R die gleiche Phase wie die primären und summieren sich mit diesen.

b) *Die Resonatoren stehen parallel zum Oszillator und auf einem und denselben Strahl.* — Die Resonatoren sollen sich in R und R'' befinden, also auf einer zur Fortpflanzungsrichtung der Strahlen parallelen Geraden, und es soll die Wirkung beobachtet werden, welche R von R'' erfährt; dabei ist es vorteilhaft, wenn R'' empfindlicher als R ist.

Auch bei dieser Anordnung wachsen die Funken in R, wenn man den Abstand RR'' von einem kleinen Betrage ab zunehmen lässt; das Maximum tritt aber in diesem Falle nicht dann ein, wenn die Entfernung zwischen den beiden Resonatoren eine halbe, sondern wenn sie ein Viertel Wellenlänge beträgt. Dagegen erreichen die Funken ein Minimum, wenn $RR'' = \lambda/2$ ist; ein zweites Maximum tritt ein, wenn $RR'' = 3\ \lambda/4$ geworden ist. In diesem Falle erscheint also ein Maximum oder Minimum jedesmal, wenn die Entfernung zwischen den beiden Resonatoren um $\lambda/4$ zugenommen hat, während es in dem vorher betrachteten Falle hierzu einer jedesmaligen Zunahme von $\lambda/2$ bedurfte.

Die Ursache dieser Verschiedenheit liegt darin, dass die von dem Resonator R'' ausgehenden sekundären Wellen beim Eintreffen in R gegen die primären, direkt vom Oszillator dorthin gelangenden Wellen um einen Betrag verzögert sind, welcher einerseits von der Zeit herrührt, deren die primären Wellen zum Zurücklegen des Intervalls RR'' bedürfen, andererseits aber auch von der Zeit, welche die sekundären Wellen beanspruchen, um das gleiche Intervall in entgegengesetzter Richtung, nämlich von R'' nach R, zurückzulegen. Bei der Berechnung der Verzögerung ist also dieses Intervall zweimal, und nicht lediglich einmal einzuführen.

Fügt man zu der Phasendifferenz, welche von dieser doppelten Weglänge herrührt, die andere Phasendifferenz π, welche den sekundären Wellen als solchen eigen ist, so entspricht das Resultat vollkommen der beobachteten Erscheinung.

All dies betrifft nur die Wirkung des Resonators R'' aut auf R. Betrachten wir nun im Gegensatz hierzu die Einwir-

kung, welche ein zum Oszillator näherer Resonator, also z. B. R''', auf einen entfernteren Resonator, z. B. R, ausübt. Es zeigt sich, dass die Funken in R an Intensität abnehmen oder auch ganz und gar verschwinden, welches auch die Entfernung RR''' sein mag. Diese Thatsache erklärt sich leicht, wenn man bedenkt, dass zwischen den primären und den von R''' ausgesandten sekundären Wellen beim Eintreffen beider in R immer nur die Phasendifferenz π besteht.

Auch für diesen Versuch ist es vorteilhaft, dass R weniger empfindlich ist, als R'''.

c) *Die beiden Resonatoren sind parallel zum Oszillator, im übrigen jedoch ganz beliebig aufgestellt.* — Es lässt sich leicht a priori bestimmen, an welcher Stelle sich ein Resonator S (Fig. 10) befinden muss, damit aus dem Zusammenwirken seiner sekundären Wellen mit den primären ein Maximum oder Minimum der Schwingungen in einem Resonator R resultiert. Beziehen wir nämlich die Lage von S auf die Axen Rx und Ry, so haben wir in R ein Maximum oder Minimum, je nachdem BS+SR gleich einem ungeraden oder einem geraden Vielfachen von $\lambda/2$ ist. Wir erhalten also, wenn k eine ganze Zahl bezeichnet,

$$x + \sqrt{x^2 + y^2} = k\lambda/2.$$

Dies ist die Gleichung einer Schaar von Parabeln, deren Brennpunkt sich in R befindet; die Schnittpunkte derselben mit Ry sind um $k\,\lambda/2$ von R entfernt und die Scheitel der Parabeln liegen auf Rx in Abständen $k\,\lambda/4$ von R. Befindet sich der Resonator auf einer der Parabeln, welche den Werten von $k = 1, 3, 5 \ldots$ entsprechen, so besteht seine Wirkung in einer Verstärkung der Funken in R; befindet er sich dagegen auf einer der Parabeln, für welche $k = 2, 4, 6 \ldots$ ist, so schwächt er die Funken in R.

Ganz analog hat man zu verfahren, um den Ort eines Resonators S zu finden, damit die Funken in diesem durch das Zusammenwirken der direkten mit den vom Resonator R ausgehenden Wellen Maxima oder Minima erlangen sollen. Man erhält für diesen Ort die Gleichung RS—BS = $k\,\lambda/2$, oder

$$\sqrt{x^2 + y^2} - x = k\lambda/2.$$

Dieselbe stellt eine Schaar von Parabeln dar, welche in Bezug auf die Gerade Ry zu den vorher betrachteten Parabeln symmetrisch liegen. Je nachdem k eine ungerade oder gerade Zahl bezeichnet, ist die zugehörige Parabel der Ort eines Maximums oder Minimums der Funkenintensität.

Fig. 11 zeigt die beiden Gruppen von Parabeln. Die ausgezogenen Parabeln $P_1P_3P_5$ . . . bezeichnen den Ort eines

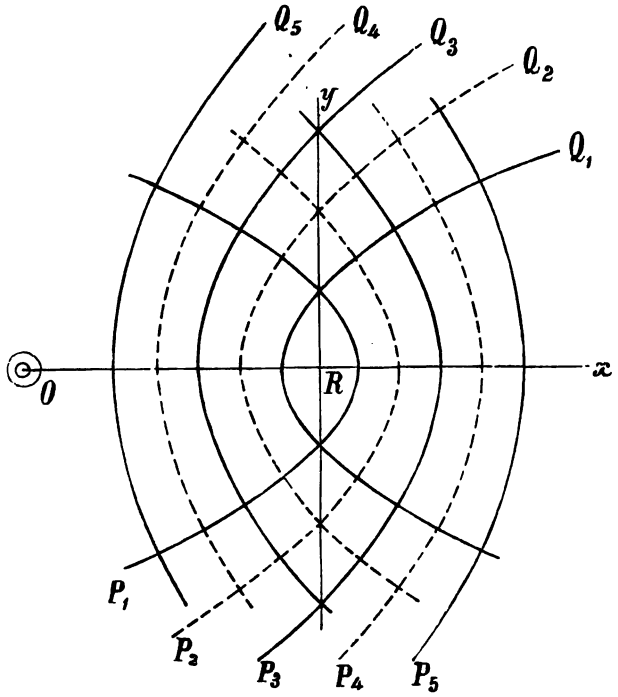


Fig. 11.

Resonators, dessen sekundäre Wellen die Schwingungen in R verstärken, die punktierten Parabeln P_2P_4 . . . dagegen bezeichnen den Ort eines Resonators, der die Schwingungen in R schwächt oder vernichtet. Ebenso repräsentieren die ausgezogenen Parabeln $Q_1Q_3Q_5$ . . . und die punktierten Q_2Q_4 . . . den Ort der Punkte, an welchen sich ein Resonator befinden muss, damit die Schwingungen in demselben durch

die sekundären Wellen von R verstärkt, beziehungsweise geschwächt werden.

Ein Blick auf die Abbildung zeigt also ohne weiteres, welche Lage ein Resonator S bekommen muss, damit er sich gegen den Resonator R in vorausbestimmter Weise verhalte. Befindet sich z. B. S am Schnittpunkte zweier ausgezogener Parabeln, so verstärken S und R ihre Schwingungen gegenseitig; befindet sich dagegen S am Schnittpunkte zweier punktierter Parabeln, so erfolgt eine gegenseitige Schwächung der Funken von R und S.

Denken wir uns eine Anzahl Resonatoren auf einer der Parabeln $P_1P_3P_5$ . . ., z. B. auf P_1, aufgestellt, so wirken alle im gleichen Sinne. Dieselben bilden also eine Art von unterbrochenem parabolischem Spiegel, dessen Wirkung in R derjenigen eines kontinuierlichen Spiegels von derselben Gestalt ähnlich ist. Wahrscheinlich muss dann die Wirkung in R von der Anzahl der auf P_1 verteilten Resonatoren abhängen, denn wenn einerseits die Wirkung der sekundären Wellen auf R mit der Anzahl der Resonatoren, welche diese Wellen aussenden, zunehmen muss, so rücken andererseits diese Resonatoren mit wachsender Anzahl auch immer näher zusammen und ihre Schwingungen schwächen einander. Bei einem gewissen Abstande zwischen den auf P_1 verteilten Resonatoren wird also die Wirkung in R am stärksten sein. Und dieses Maximum könnte vielleicht sogar die Wirkung eines kontinuierlichen parabolischen Reflektors übertreffen.

Bei allen in diesem Paragraphen beschriebenen Versuchen lässt sich als Erzeuger der sekundären Wellen, deren Wirkung auf einen Resonator man studieren will, anstatt eines anderen Resonators auch ein einfacher Draht von ungefähr der gleichen Länge wie dieser verwenden. Auch in einem solchen Drahte entstehen nämlich Resonanzschwingungen, welche sekundäre Wellen erzeugen, denn bis auf das Fehlen der Funken verhält derselbe sich ganz wie einer der gewöhnlichen Resonatoren.

Wir werden später sehen, dass der Resonator, welcher die sekundären Wellen aussendet, länger sein, und also einer

grösseren Wellenlänge entsprechen kann, als der Resonator, an welchem die Wirkungen dieser Wellen beobachtet werden. Die längs der Parabel P_1 verteilten Resonatoren können also ganz einfach aus Drähten, metallenen Stangen oder Streifen bestehen und dabei länger sein als der in R befindliche Resonator. Damit erklärt sich die Wirkung der parabolischen Gitterreflektoren nach Art des am Schlusse des § 8 beschriebenen.

Die Wirkung der sekundären Wellen lässt sich noch durch verschiedene andere Experimente demonstrieren; eine Beschreibung derselben dürfte jedoch überflüssig sein, da man sich auf Grund unserer Erklärung leicht eine Vorstellung davon bilden kann.

14. Wirkung zwischen Resonatoren von verschiedener Periode. — Das Ergebnis der im vorigen Paragraphen beschriebenen Versuche wird nicht wesentlich verändert, auch wenn die beiden Resonatoren ungleich lang sind und somit verschiedenen Wellenlängen angehören.

Nehmen wir an, der Resonator R, an welchem die Wirkungen der sekundären Wellen beobachtet werden soll, sei kürzer als der Resonator oder der geradlinige Leiter, welcher diese Wellen aussendet. Die Versuche geben dann dieselben Resultate wie mit Resonatoren von ziemlich gleicher Länge, nur sind die Wirkungen etwas weniger ausgeprägt, besonders wenn die Längen der beiden Resonatoren sehr verschieden sind.

Lässt man dagegen auf den Resonator R einen kürzeren Resonator wirken, so ist der Effekt sehr schwach und verschwindet ganz, wenn der Unterschied zwischen den Längen der beiden Resonatoren nicht klein ist.

Für diese Versuche fand ich den Oszillator No. II und die Resonatoren No II und III ($\lambda = 10{,}6$ cm und $\lambda = 20$ cm) am passendsten.

Bei der Einwirkung eines längeren Resonators auf einen kürzeren sind durch die Wellenlänge dieses letzteren die Abstände bedingt, in welchen Maxima oder Minima der Funken eintreten. Ist z. B. R (Fig. 10) ein Resonator mit $\lambda = 10{,}6$

cm und R′ ein solcher mit $\lambda = 20$ cm, so erreichen die Funken in R ein Maximum, wenn $RR' = 10{,}6/2 = 5{,}3$ cm ist. In gleicher Weise sind, wenn der längere Resonator sich in R″ befindet, die Schwingungen in R am stärksten, wenn $RR'' = 10{,}6/4 = 2{,}65$ cm ist, u. s. w.

Aus dem Vorstehenden ergiebt sich demnach, dass auch die Schwingungen eines Resonators andere Resonatoren von verschiedener, aber besonders solche von kleinerer Wellenlänge erregen können. Man hat also auch hier die schon von De la Rive und Sarasin für die Oszillatoren nachgewiesene Erscheinung der multiplen Resonanz, deren Entstehung man dem raschen Verlöschen der Schwingungen zuschreibt. (S. § 21).

Interessant ist der Versuch, bei welchem die beiden Resonatoren sich, wie R‴ und R (Fig. 10), auf demselben Strahle befinden und die Wirkung von R‴ auf R beobachtet wird. Ist R‴ von derselben Grösse wie R, so bleibt dieser letztere Resonator dunkel; ist jedoch R‴ von R verschieden, so erblickt man Funken. Dieselben sind sehr schwach, wenn R‴ länger ist als R, dagegen so lebhaft wie wenn R‴ gar nicht da wäre, falls R‴ bedeutend kürzer ist als R. Ein ähnliches Resultat beobachtet man, wenn man zu beiden Seiten von R‴ eine Anzahl anderer Resonatoren von derselben Grösse wie R‴ aufstellt.

15. Wirkung der sekundären Wellen auf einen der direkten Einwirkung des Oszillators entzogenen Resonator. — Bei den bisher beschriebenen Versuchen setzen sich die sekundären Wellen mit den primären des Oszillators zusammen; die Wirkung dieser letzteren lässt sich jedoch eliminieren, wenn man dem Resonator, dessen Funken beobachtet werden, gewisse besondere Orientierungen giebt.

Damit ein Resonator von den vom Oszillator ausgesandten Wellen keine Einwirkung erfahre, genügt es, dass er sich diesem nicht zu nahe und dass er sich in dessen Aequatorialebene befinde.

Um uns dies klar zu machen, wollen wir ein rechtwinkliges Axensystem mit dem Ursprung im Symmetriemittel-

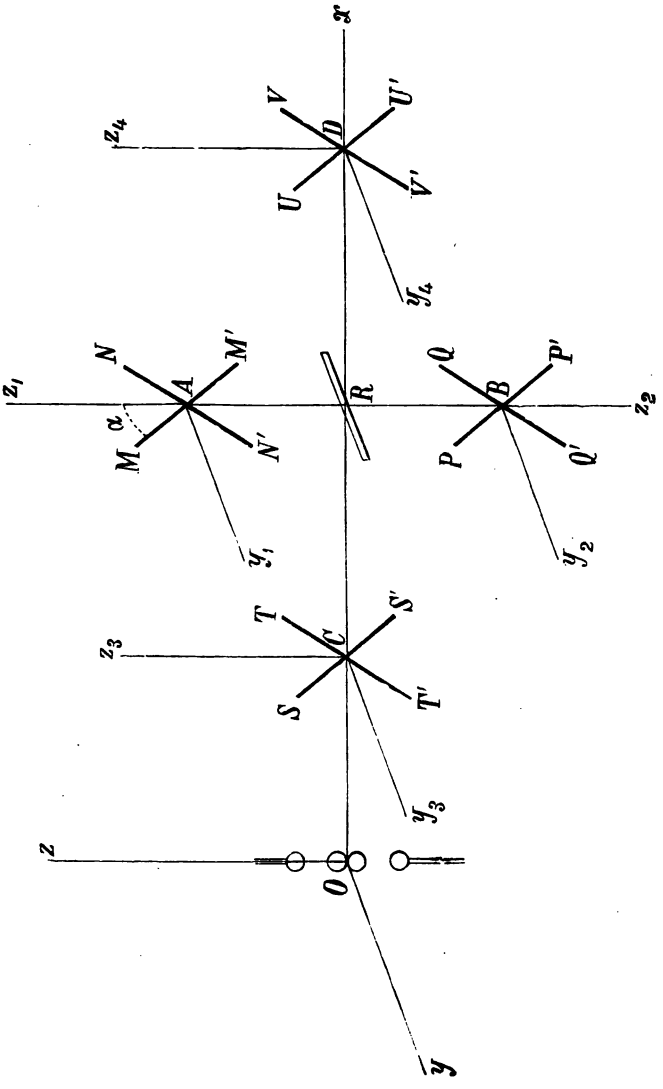


Fig. 12.

punkte O (Fig. 12) des Oszillators annehmen; die z-Axe soll mit der die Zentren der Oszillatorkugeln verbindenden Ge-

raden zusammenfallen. Die xy-Ebene ist dann die Aequatorialebene; ferner sei Ox die Richtung, auf welcher sich der Resonator R befindet.

Unter den zahllosen Orientierungen, welche derselbe in der xy-Ebene einnehmen kann, verdienen zwei eine besondere Erwähnung, nämlich diejenige parallel zur Oy-Axe (es ist dies die Richtung des Resonators R in der Figur) und diejenige parallel zu Ox. Der Kürze halber werden wir die erstere als *transversale* und die letztere als *longitudinale Stellung*, dagegen als *parallele Stellung* des Resonators diejenige parallel zur Oz-Axe bezeichnen. Bei den in den zwei vorangehenden Paragraphen beschriebenen Versuchen befand sich also der Resonator in Parallelstellung. Bei den Versuchen dieses und des folgenden Paragraphen dagegen wird vorausgesetzt, dass der Resonator R sich in Transversalstellung befinde. Von den zahllosen Lagen, die dann der Resonator, dessen sekundäre Wellen auf R wirken sollen, einnehmen kann, werde ich nur einige der wichtigsten betrachten und werde die Resultate mitteilen, welche vorausbestimmt werden konnten und von den mit den Resonatoren No. II und III vorgenommenen Versuchen vollauf bestätigt wurden.

a) Ein Resonator werde mit seinem Mittelpunkte an einen Punkt A oder B — wir nehmen an, es sei A — der durch die Mitte des Resonators R gehenden Vertikalen $z_1 z_2$ und in die zu Ox senkrechte Ebene $y_1 A z_2$ gebracht. Steht der Resonator vertikal oder horizontal, so erscheinen in R keine Funken; hat er dagegen eine geneigte Stellung, wie in MM', so dass er mit der Vertikalen Az_1 einen Winkel α einschliesst, so treten alsbald in R Funken auf, die um so lebhafter sind, je kleiner der Abstand RA ist. Wählt man die Amplitude der elektrischen Schwingungen in A als Einheit, so steht der Resonator MM' unter der Einwirkung einer Schwingung von der Amplitude $\cos\alpha$. Die Schwingung $k \cos\alpha$, welche von MM' ausgeht, ist den beiden Komponenten $k \cos^2\alpha$ und $k \sin\alpha \cos\alpha$, von welchen die erstere zu Az_1, die letztere zu Ay_1 parallel ist, äquivalent. Diese letztere

Schwingung, deren Amplitude $^1/_2$ k sin 2 α beträgt, ist es, welche die Schwingungen im Resonator R wachruft[1]). Man sieht also, dass das Maximum der Wirkung in R dann eintritt, wenn $\alpha = 45^0$ ist. Das Gleiche findet bei dem folgenden Versuche statt.

b) Man bringe den Resonator, welcher die sekundären Wellen erzeugen soll, mit seinem Mittelpunkte an einen Punkt C oder D der Geraden Ox und in die zu Ox normale Ebene y_3Cz_3 oder y_4Dz_4. Auch hier äussert der Resonator in vertikaler und in horizontaler Stellung keine Wirkung auf R; in geneigter Stellung dagegen, etwa unter einem Winkel von 45^0 mit der Vertikalen, also in einer der Stellungen SS', TT', UU' und VV' bringt er durch seine sekundären Wellen in R Funken hervor.

Bei diesen Versuchen kann der bewegliche Resonator aus einem einfachen Kupferdrahte von nahezu derselben oder von grösserer Länge wie R bestehen. Ist seine Wellenlänge grösser als diejenige des festen Resonators R, so erfolgt die Erregung des letzteren durch multiple Resonanz.

Benutzt man z. B. den Oszillator No. II, so bringt man an die Stelle R einen Resonator No. II und lässt auf diesen einen Resonator No. III einwirken.

---

[1]) Die vom Resonator MM' herrührende elektrische Kraft in R lässt sich mittels der in Beilage *A* gegebenen Formeln berechnen. Zu diesem Zwecke betrachte man den Resonator MM' als einen elektrischen Doppelpunkt, d. h. als ein System zweier entgegengesetzter elektrischer Ladungen, die sich in dem sehr kleinen Abstande l von einander befinden; E sin (2πnt) und — E sin (2πnt) seien die Ladungen, welche durch die vom Oszillator ausgehenden elektrischen Wellen in den beiden Hälften des Resonators MM' erzeugt werden, wenn Oszillator und Resonator zu einander parallel sind. Bildet dagegen der Resonator mit dem Oszillator den Winkel α, so werden diese Ladungen $\pm$ E cosα sin (2πnt). Mit Hilfe der erwähnten Formeln ergiebt sich dann für die in R nach der Längsrichtung des Resonators wirkende Komponente der elektrischen Kraft der Ausdruck:

$$\frac{Elm^2}{2r}\left(\sin\vartheta - \frac{3}{mr}\cos\vartheta - \frac{3}{m^2r^2}\sin\vartheta\right)\sin 2\alpha,$$

worin

$m = 2\pi nA$ (1/A = Fortpflanzungsgeschwindigkeit der Wellen), ferner $\vartheta = 2\pi n\,(t - Ar)$ und r gleich der Entfernung RA zu setzen ist.

16. Interferenz zwischen den sekundären Wellen zweier Resonatoren. — Lässt man zwei Resonatoren gleichzeitig auf den Resonator R einwirken, so hängt die Gesamtwirkung von den relativen Phasen der von beiden ausgesandten sekundären Wellen ab.

Beginnen wir mit der Erklärung der Versuche, um dadurch ihre Beschreibung kürzer und klarer zu gestalten. Untersuchen wir also zunächst, von welchen Umständen die Phase der in R ankommenden sekundären Wellen abhängt, wenn der Resonator, welcher diese Wellen aussendet, sich mit seinem Mittelpunkte in A, B, C oder D befindet (Fig. 12). Der Winkel des Resonators mit der Vertikalen sei α; derselbe gilt als negativ, wenn er für einen in der Richtung von x nach O blickenden Beobachter rechts von der Vertikalen liegt. Für einen in NN', QQ', TT' oder VV' befindlichen Resonator ist demnach α negativ. (Um das Maximum der Wirkung zu erzielen, wurde bei den Versuchen stets $\alpha = 45^0$ genommen). Die Entfernung zwischen dem Mittelpunkte des Resonators, welcher die sekundären Wellen aussendet, und dem Mittelpunkte R des festen Resonators sei immer mit d bezeichnet. Es sei nun für die verschiedenen Fälle die Phase der sekundären Wellen in R zu bestimmen; als Null soll dabei die Phase gelten, welche dieselben besitzen würden, wenn der bewegliche Resonator sich ebenfalls in R befände.

1. *Resonator in C, d. h. zwischen dem Oszillator und dem Resonator R.* — Befindet sich der bewegliche Resonator in SS', so erzeugt er, wie wir gesehen haben, in R eine Schwingung $^1/_2 k \sin 2\alpha$ mit der Phase Null. In der That sind, weil der Resonator sich in C anstatt in R befindet, die primären Wellen den sekundären um d/V voraus; die gleiche Zeit gebrauchen aber auch die sekundären Wellen zu dem Wege von C nach R.

Befindet sich dagegen der Resonator in TT', so erzeugen seine sekundären Wellen in R eine Schwingung mit der Amplitude $- ^1/_2 k \sin 2\alpha$ und der Phase Null. Dieselbe ist einer Schwingung mit der Amplitude $^1/_2 k \sin 2\alpha$ und der Phase

$\pm\pi$ äquivalent. Je nachdem der Resonator die Lage SS' oder TT' hat, sind also die Phasen in R entgegengesetzt.

2. *Resonator in D, das heisst auf der Verlängerung der Verbindungslinie zwischen dem Oszillator und dem Resonator R.* — Befindet sich der Resonator in D anstatt in R, so haben die primären Wellen bis zu demselben einen um die Strecke RD vergrösserten Weg zurückzulegen und sie gelangen deshalb nach D mit einer Verzögerung d/V. Die sekundären Wellen müssen dann, um nach R zu kommen, abermals die Strecke d zurücklegen; ihre Phase in R ist deshalb $= 4\pi d/\lambda$. Die Amplitude der Schwingung in R ergiebt sich dann $= {}^1/_2 k \sin 2\alpha$ für einen Resonator in UU', und $= -{}^1/_2 k \sin 2\alpha$ für einen Resonator in VV'. Statt dessen kann man auch sagen, dass die Amplitude für die Lage VV' ebenfalls $= {}^1/_2 k \sin 2\alpha$ ist, die Phase aber $4\pi d/\lambda \pm \pi$ beträgt.

3. *Resonator in A oder B, das heisst auf der durch R gehenden Vertikalen.* — Die Amplitude beträgt ${}^1/_2 k \sin 2\alpha$ für die Lagen MM' und PP', und $-{}^1/_2 k \sin 2\alpha$ für die Lagen NN' und QQ'; die Phase ist in allen Fällen offenbar $= 2\pi d/\lambda$. Statt dessen kann man auch für die Lagen NN' und QQ' die Amplitude $= {}^1/_2 k \sin 2\alpha$ annehmen, nur wird dann die Phase in diesen Fällen $= 2\pi d/\lambda \pm \pi$.

Fassen wir das Gesagte zusammen, so finden wir für die Amplitude der von den sekundären Wellen in R wachgerufenen Schwingung stets den Wert ${}^1/_2 k \sin 2\alpha$ (also ${}^1/_2 k$, wenn $\alpha = 45^0$), für die Phase dagegen die folgenden Werte:

Lage des Resonators	Phase
MM'	$2\pi d/\lambda$
NN'	$2\pi d/\lambda \pm \pi$
PP'	$2\pi d/\lambda$
QQ'	$2\pi d/\lambda \pm \pi$
SS'	0
TT'	$\pm \pi$
UU'	$4\pi d/\lambda$
VV'	$4\pi d/\lambda \pm \pi$.

Befindet sich also der Resonator, welcher die sekundären Wellen erzeugt, zwischen R und O, so ist, wie aus der

Tabelle ersichtlich, die Phase der Schwingungen in R von dem Orte C jenes Resonators auf der Strecke OR ganz unabhängig.

Nach diesen einleitenden Erläuterungen können wir nunmehr zur Beschreibung der wichtigsten Experimente übergehen.

Resonatoren in A und B. Sind die beiden Resonatoren nach derselben Seite geneigt, haben sie also z. B. die Lagen NN' und QQ', und sind sie ausserdem beide gleichweit von R entfernt, so kommen in R beide Wellen mit derselben Phase an und die von ihnen dort erzeugten sekundären Schwingungen summieren sich; man beobachtet also sehr lebhafte Funken. Besteht dagegen zwischen beiden ein Wegunterschied von $\lambda/2$, so bedeutet dies eine Phasendifferenz π und die Funken in R sind sehr schwach oder fehlen ganz.

Sind ferner die beiden Resonatoren in entgegengesetztem Sinne geneigt, haben sie also etwa die Lagen MM' und QQ' und sind sie ausserdem gleichweit von R entfernt, so haben die von ihnen in R erzeugten sekundären Wellen beziehungsweise die Phasen $2\pi d/\lambda$ und $2\pi d/\lambda \pm \pi$; der Phasenunterschied beträgt also π und die Funken in R verschwinden vollständig.

Giebt man also dem einen Resonator die feste Lage MM' und dem anderen abwechselnd die Lagen PP' und QQ', so beobachtet man ein abwechselndes Erscheinen und Verschwinden der Funken in R.

Haben endlich die Resonatoren die Richtungen MM' und QQ', während ihre Entfernungen von R um $\lambda/2$ von einander verschieden sind, so treten in R Funken auf.

Resonatoren in A und C. Sind die beiden Resonatoren um 45^0 nach derselben Seite geneigt, wie MM' und SS', so hängt die von ihren sekundären Wellen in R hervorgebrachte Wirkung von der Entfernung $d = AR$ ab. Die Phasen dieser sekundären Wellen in R sind nämlich bezw. $= 2\pi d/\lambda$ und $= 0$. Ist $d = \lambda/2$, so wird der Phasenunterschied $= \pi$ und in R giebt es keine Funken; ist aber $d = \lambda$, so beträgt der Phasenunterschied 2π, das heisst die Phasen stimmen wieder überein und es erscheinen die Funken in R.

Damit für $d = \lambda/2$ die Funken in R vollständig fehlen, ist es jedoch notwendig, dass die von MM' und SS' ausgesandten sekundären Wellen bei ihrem Eintreffen in R die gleiche Amplitude besitzen. Durch geeignete Wahl der Entfernung RC, welche, wie wir gesehen haben, für die Phase der von SS' ausgesandten sekundären Wellen nicht in Betracht kommt, lässt sich diese Bedingung leicht erfüllen.

Sind dagegen die beiden Resonatoren nach verschiedenen Seiten geneigt, etwa wie MM' und TT', so sind die Erscheinungen völlig umgekehrt, das heisst die Funken erreichen die grösste Intensität, wenn $AR = d = \lambda/2$; sie sind am schwächsten oder fehlen ganz, wenn $d = \lambda$. Hält man also den einen Resonator fest in MM' und richtet den andern abwechselnd nach SS' und TT', während $AR = \lambda/2$ ist, so sieht man die Funken im Resonator R abwechselnd verschwinden und wieder zum Vorschein kommen. Befänden sich die Resonatoren, anstatt in A und C, in B und C, so würden die Erscheinungen dadurch in keiner Weise verändert.

Resonatoren in C und D. Haben die beiden Resonatoren die parallelen Richtungen SS' und UU', so sind die Phasen ihrer sekundären Wellen in R bezw. $= 0$ und $= 4\pi d/\lambda$. Ein Maximum der Wirkung in R tritt also ein, wenn $RD = d = 0, \lambda/2, \lambda \ldots$; ein Minimum tritt ein oder die Funken verschwinden ganz, wenn $d = \lambda/4, 3\lambda/4 \ldots$. Sind dagegen die Richtungen der beiden Resonatoren gekreuzt, wie TT' und UU', so erscheint ein Maximum der Funken für $RD = d = \lambda/4, 3\lambda/4 \ldots$; ein Minimum für $d = 0, \lambda/2, \lambda \ldots$.

Alle diese Schlüsse werden durch den Versuch bestätigt; um in R abwechselnd gar keine oder sehr lebhafte Funken zu erhalten, genügt es sogar, dem einen Resonator die unveränderliche Lage SS' und dem andern abwechselnd die Lagen UU' und VV' zu geben, während $RD = \lambda/4$ bleibt.

Resonatoren in A und D oder in B und D. Sind die beiden Resonatoren parallel zu einander orientiert, etwa in MM' und UU', und dabei in gleicher Entfernung von R, so differieren die Phasen um $2\pi d/\lambda$. Maximale Funken entstehen deshalb, wenn RA und $RD = 0, \lambda \ldots$ sind, dagegen findet

Interferenz statt für RA und RD$=\lambda/2$, $3\lambda/2$ . . . Bei gekreuzter Stellung der Resonatoren, wie NN' und UU', sind die Verhältnisse umgekehrt.

Bleibt der Abstand RA konstant$=\lambda/2$ und befinden sich die Resonatoren in paralleler Lage, wie MM' und UU', so stimmen für RD$=\lambda/4$ die Phasen beider Schwingungen in R überein und die Funken erreichen ein Maximum. Sind dagegen die Richtungen der Resonatoren gekreuzt, wie MM' und VV', so findet in R Interferenz statt.

Auch diese Folgerungen, ebenso wie noch manche andere, die ich der Kürze halber weglasse, werden durch den Versuch bestätigt.

Dabei können die Wellenlängen der Resonatoren, welche die sekundären Wellen erzeugen, sowohl untereinander, wie auch von derjenigen des Resonators in R verschieden sein; ebenso können diese Resonatoren anstatt aus den bekannten versilberten Glasstreifen ganz einfach aus Metallstangen oder Drähten bestehen. Die geschilderten Erscheinungen werden dadurch qualitativ nicht beeinflusst; die Entfernungen jedoch, bei welchen Maxima oder Minima der Funken in R auftreten, sind ausschliesslich durch die Wellenlänge des in R selbst befindlichen Resonators bedingt, der infolge der multiplen Resonanz auf die Schwingungen der anderen Resonatoreu anspricht.

Aehnliche Versuche, wie die in diesem und dem vorangehenden Paragraphen beschriebenen lassen sich auch ausführen, wenn man den Resonator in die Longitudinalstellung, das heisst in die Richtung Ox oder in irgend eine andere, der xy-Ebene angehörige Richtung bringt. Die Ergebnisse entsprechen stets ganz genau dem, was die Betrachtung der sekundären Wellen voraussehen lässt; eine Beschreibung dieser Versuche dürfte deshalb überflüssig sein

17. Durch ein Dielektrikum erzeugte sekundäre Wellen. — Befindet sich innerhalb des Dielektrikums, in welchem sich die von dem Oszillator erzeugten Wellen fort-

pflanzen, — also gewöhnlich innerhalb der Luft —, ein isolierender Körper, dessen Dielektrizitätskonstante von derjenigen des umgebenden Mittels abweicht, so treten in einem Resonator gewisse Wirkungen auf, als deren Ursache man elektromagnetische Wellen, die von jenem Körper erzeugt sind, ansehen kann.

Nehmen wir an, der Körper sei von hinreichend kleinen Dimensionen, damit wir in einem beliebigen Augenblicke der elektrischen Kraft in allen Punkten des von dem Körper erfüllten Raumes merklich die gleiche Richtung und die gleiche Grösse beilegen können. Wäre das Feld konstant, so liesse sich die durch die Gegenwart jenes Körpers erzeugte elektrische Kraft bekanntlich als eine Wirkung gewisser, auf der Oberfläche des Körpers verteilter Ladungen darstellen und das Gesetz dieser Verteilung könnte in gewissen einfachen Fällen bestimmt werden. In unserem Falle jedoch ist das elektrische Feld nicht konstant, sondern alternierend und die erwähnte elektrische Kraft wird somit ebenfalls eine alternierende sein. Die von dem Körper auf einen nahen Resonator ausgeübte Wirkung lässt sich deshalb als eine Folge gewisser, auf seiner Oberfläche verteilter alternierender Ladungen betrachten, ganz ebenso wie (vgl. Beilage *A* § 1) die von einem kleinen Hertz'schen Oszillator in seiner Nähe erzeugte elektrische Kraft von den alternierenden Ladungen der beiden Hälften des Oszillators herrührt. Der Isolator, welcher von den Wellen getroffen wird, wirkt also nach Art eines Resonators, wie wenn er eine Quelle sekundärer Wellen wäre, das heisst also wie wenn in ihm eine Resonanzerscheinung zu Stande käme.

Zwischen dem Verhalten des Resonators und demjenigen des Dielektrikums besteht indessen ein wichtiger Unterschied. Die von dem Resonator erzeugten Wellen sind hinsichtlich ihrer Schwingungsdauer und ihres Dekrements von seiner Natur, seiner Gestalt und seinen Dimensionen abhängig, wogegen die von dem Isolator erzeugten Wellen in Bezug auf Periode und Dekrement genau mit den Schwingungen des Oszillators übereinstimmen.

Fragen wir uns in der That, wieso es möglich war, mittels eines Resonators die Interferenz zwischen den direkt vom Oszillator ausgesandten primären und den in einem anderen Resonator oder in einem einfachen Drahte entstandenen sekundären Wellen nachzuweisen. Doch nur, weil eben eine multiple Resonanz stattfindet, das heisst mit anderen Worten, weil ein Resonator, infolge des raschen Verlöschens der Schwingungen im Oszillator, auch auf solche Schwingungen ansprechen kann, deren Periode von seiner eigenen verschieden ist. So treten in dem Drahte elektrische Schwingungen von seiner eigenen bestimmten Periode auf, welche nicht diejenige des Oszillators zu sein braucht; und ebenso kann der Resonator der Einwirkung der primären sowohl wie der sekundären Wellen unterliegen, auch wenn seine Periode mit derjenigen des Drahtes und des Oszillators nicht übereinstimmt.

Ganz anders dagegen verhält es sich mit den sekundären Wellen, welche von einer dielektrischen Masse erzeugt werden, wenn ihre Dielektrizitätskonstante von derjenigen des umgebenden Mediums, in welchem die Wellen sich fortpflanzen, verschieden ist. Die Periode dieser sekundären Wellen ist notwendigerweise identisch mit derjenigen des Oszillators und wenn der Resonator der Einwirkung dieses letzteren unterliegt, so muss er ohne weiteres auch diejenige der sekundären Wellen erfahren,

Bringt man in eine geringe Entfernung vom Resonator irgend ein Dielektrikum, so zeigt sich, dass dasselbe in der That auf den Resonator einwirkt; in gewissen Fällen verstärkt es dessen Funken, in anderen Fällen schwächt es dieselben oder bringt sie vollständig zum Verschwinden. Man beobachtet also Erscheinungen, welche den im § 13 beschriebenen ähneln. Wird dann der Resonator derart orientiert, dass die primären Wellen ihn überhaupt nicht beeinflussen, wird er also z. B. in die Transversal- oder in die Longitudinalstellung gebracht, so bringt das Dielektrikum, wenn seine Form und seine Lage gewissen Bedingungen entsprechen, die Funken im Resonator wieder zum Erscheinen. Der ganze Versuch ähnelt also den im § 15 beschriebenen. Diese letztere Ver-

suchsanordnung gestattet die sekundären Wellen des Dielektrikums auf die einfachste Weise zu studieren.

Bei den Versuchen, von welchen in den folgenden Paragraphen die Rede sein wird, wurde das Dielektrikum stets in Gestalt einer Kugel oder eines Zylinders verwendet, weil diese Formen unter Voraussetzung eines homogenen und konstanten Feldes die von dem Dielektrikum erzeugte elektrische Kraft zu berechnen gestatten. Der Resonator befand sich stets in Transversal- oder in Longitudinalstellung. Ich habe zwar auch Versuche mit dem Resonator in Parallelstellung vorgenommen, ihre Beschreibung jedoch wird, da dieselben mit den Versuchen über Beugung in naher Beziehung stehen, erst im dritten Kapitel des zweiten Teiles erfolgen.

18. Sekundäre Wellen einer dielektrischen Kugel. — Eine kleine dielektrische Kugel, welche von den Wellen getroffen wird, verhält sich wie ein kleiner Oszillator, der sich in ihrem Mittelpunkte befindet und mit seiner Längsdimension zur Richtung der elektrischen Kraft parallel ist. (S. darüber Beilage *A* § 1). Die Wirkung der Kugel ist also ähnlich derjenigen eines zu dem Oszillator parallelen Resonators und man kann deshalb mit der Kugel die im § 15 beschriebenen Versuche wiederholen.

Um aber bei den Darlegungen des vorigen Paragraphen zu bleiben, wollen wir lieber untersuchen, ob die von der Kugel hervorgebrachte Wirkung in ihrer Umgebung von Punkt zu Punkt ganz auf dieselbe Art variiert, wie die Wirkung, welche von ihr ausgehen würde, wenn das elektrische Feld konstant wäre. Insbesondere muss die elektrische Kraft, welche durch die von den Wellen getroffene Kugel erzeugt wird, ein Maximum oder Minimum genau in den Fällen aufweisen, in welchen die Kugel auch im konstanten Felde ein Maximum oder Minimum geben würde. Natürlich betrifft unsere Berechnung dabei nur die Komponente der Kraft nach der Längsrichtung des zum Studium der sekundären Wellen benutzten Resonators.

Beziehen wir die Lage der Kugel auf drei rechtwinklige Axen (Fig. 13), deren Ursprung O mit dem Mittelpunkte des Resonators zusammenfällt. Der Oszillator befinde sich in der xy-Ebene und seine Axe stehe senkrecht zu dieser Ebene; die elektrische Kraft ist also parallel zur Oz-Axe.

C sei der Mittelpunkt der Kugel; r sei der Abstand desselben von O; $\alpha\ \beta\ \gamma$ seien die Winkel von r mit den drei Axen. Wäre das elektrische Feld in C konstant, so würden die Komponenten XY der von der dielektrischen Kugel herrührenden

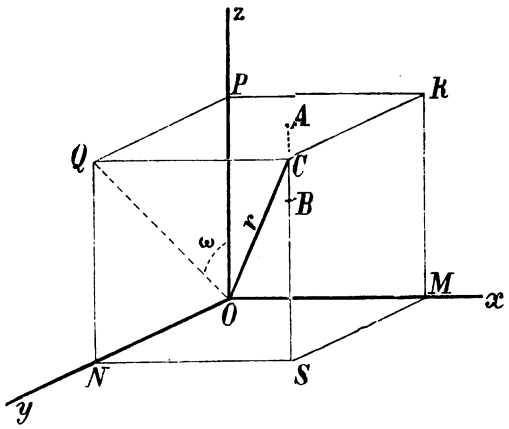


Fig. 13.

elektrischen Kraft nach den Richtungen Ox und Oy durch die Formeln:

$$X = \frac{H}{r^3} \cos\alpha \cos\gamma,\quad Y = \frac{H}{r^3} \cos\beta \cos\gamma$$

gegeben sein, in welchen H eine Konstante bezeichnet, welche von der Intensität des Feldes, sowie von dem Radius und der Dielektrizitätskonstante der Kugel abhängt. (Vgl. Beilage *B*.) Bei einem und demselben Werte von r hängen diese beiden Komponenten von den Winkeln $\alpha\ \beta\ \gamma$ ab. Betrachten wir einige besondere Fälle.

Der Winkel α bleibe konstant; man lasse also die Kugel in der zur yz parallelen Ebene CSMR um den Punkt M als

Mittelpunkt einen Kreis beschreiben. Bezeichnet ω den veränderlichen Winkel der Richtungen CM und MR, so hat man:

$$X = \frac{1}{2}\frac{H}{r^3}\cos\omega \sin 2\alpha, \quad Y = \frac{1}{2}\frac{H}{r^3}\sin^2\alpha \sin 2\omega.$$

X ist also ein Maximum, wenn die Kugel sich in der xz-Ebene befindet, dagegen ist X=0, wenn dieselbe in der xy-Ebene liegt; Y erreicht ein Maximum, wenn die Richtungen CM und OZ einen Winkel von 45° mit einander einschliessen, und Y wird = 0, wenn die Kugel sich in der xy- oder in der xz-Ebene befindet.

Beobachtet man nun, während die Kugel in der angegebenen Weise bewegt wird, die Funken in einem Resonator, der sich in O und mit seiner Längsrichtung parallel zu Ox befindet, so erblickt man in der That die stärksten Funken, wenn der Mittelpunkt der Kugel die xz-Ebene passiert, keine Funken dagegen, wenn derselbe durch die xy-Ebene geht. Richtet man dann den Resonator parallel zu Oy, so zeigen sich lebhafte Funken, wenn der Winkel zwischen CM und Oz 45° beträgt, dagegen verschwinden dieselben, wenn der Mittelpunkt der Kugel in die xy- oder xz-Ebene zu liegen kommt. Von der Richtung, nach welcher sich die Wellen in der xy-Ebene fortpflanzen, sind diese Erscheinungen unabhängig.

Diese Versuche gelingen, trotzdem in Wirklichkeit die Versuchsbedingungen den theoretischen Voraussetzungen nicht vollständig entsprechen. So z. B. ist es nicht möglich, den Resonator und die Kugel so klein zu machen, dass in einem gegebenen Augenblicke die elektrische Kraft in allen Punkten der Kugel nahezu denselben Wert habe und dass die von der Kugel ausgehenden und auf die verschiedenen Punkte des Resonators wirkenden Kräfte ebenfalls in einem gegebenen Augenblicke von einander nicht merklich verschieden seien. In der Regel benutzte ich einen Resonator No. III und eine massive Glaskugel von zirka 8 cm Durchmesser. Die Entfernung r kann zirka 20 cm oder noch mehr betragen, wenn der Resonator sehr empfindlich und dem mit seinem parabolischen Reflektor ausgestatteten Oszillator No. II recht nahe ist.

Lässt man die Kugel C in der zu xz parallelen Ebene CSNQ um N als Mittelpunkt einen Kreis beschreiben, so sind die Ausdrücke für X und Y einfach mit einander vertauscht; die theoretischen Schlüsse werden wiederum durch den Versuch bestätigt. Hat der Resonator die Richtung Ox, so zeigt er das Maximum der Wirkung, wenn der Winkel zwischen NC und Oz 45^0 beträgt, keine Wirkung dagegen, wenn der Mittelpunkt der Kugel die xy- oder yz-Ebene passiert; hat der Resonator die Richtung Oy, so findet keine Wirkung statt, wenn die Kugel die xy-Ebene passiert, und das Maximum der Wirkung, wenn sie die yz-Ebene passiert.

Lässt man endlich die Kugel in der Ebene PRCQ um P als Mittelpunkt einen Kreis beschreiben, so ist die Wirkung auf einen Resonator in der Richtung Oz am stärksten, wenn der Mittelpunkt der Kugel sich in der xz-Ebene befindet, Null dagegen, wenn derselbe in der yz-Ebene liegt; bei einem Resonator in der Richtung Oy sind die Verhältnisse gerade umgekehrt.

Bei gleichzeitiger Anwendung zweier Kugeln anstatt der einen erhält man scharf ausgeprägte Interferenzerscheinungen.

Nehmen wir z. B. an, es befinde sich eine dielektrische Kugel (Glaskugel von 8 cm Durchmesser) mit ihrem Mittelpunkte in C (Fig. 13) und eine identische Kugel in einem (in der Figur nicht angegebenen) Punkte C_1, der mit Bezug auf die xy-Ebene zu C symmetrisch liegt. Der Resonator bleibt dann dunkel; sobald man aber eine der Kugeln aus der angegebenen Lage entfernt, treten Funken auf; dies beweist, dass die sekundären Wellen der beiden Kugeln in dem Resonator interferieren. Unter der Voraussetzung eines konstanten Feldes ist es auch leicht nachzuweisen, dass die x- und y-Komponenten der von den beiden Kugeln herrührenden Kräfte in O in der That entgegengesetzte Vorzeichen haben.

Befände sich die zweite Kugel, anstatt in C_1, in einem mit Bezug auf die xz-Ebene zu C symmetrischen Punkte C_2, so würde für einen Resonator in der Richtung Oy Interferenz stattfinden, während ein Resonator in der Richtung Ox von den beiden Kugeln in gleichem Sinne beeinflusst werden

und demnach lebhaftere Funken zeigen würde, als es bei Anwesenheit nur einer Kugel der Fall wäre. Bei diesem Versuche ist es jedoch erforderlich, dass die Wellen sich in der Richtung Ox fortpflanzen Wenn diese Bedingung erfüllt ist, so befinden sich nämlich beide Kugeln auf einer und derselben Wellenfläche und ihre Schwingungsphasen sind daher immer die gleichen. Würden sich dagegen die Wellen in der Richtung Oy fortpflanzen, so könnten die beiden Phasen von einander verschieden sein, sie würden z. B. einander entgegengesetzt sein, wenn die Entfernung CC_2 gleich einem ungeraden Vielfachen einer halben Wellenlänge wäre. Man würde dann gerade die entgegengesetzten Erscheinungen beobachten wie in dem von uns zuerst angenommenen Falle.

Der Kürze halber verzichte ich auf die Beschreibung einer Anzahl anderer Versuche, welche man noch mit den sekundären Wellen einer dielektrischen Kugel vornehmen könnte.

19. Sekundäre Wellen eines dielektrischen Zylinders. — Dieser Fall ist etwas komplizierter als derjenige der Kugel, weil die Wirkung des Zylinders — dessen Länge für die theoretische Betrachtung als unendlich angenommen wird, der aber in Wirklichkeit nur eine im Verhältnis zum Durchmesser grosse Länge haben kann — nicht allein von seinem Orte, sondern auch von der Orientierung seiner Axe abhängt.

Beziehen wir die Lage des Zylinders auf drei rechtwinklige Axen (Fig. 14); der Ursprung O soll mit dem Zentrum des Resonators zusammenfallen und die Oz-Axe soll parallel zur Richtung der elektrischen Kraft in den Wellen sein; O_0z_0 sei die Axe des Zylinders. Da wir bei der Betrachtung der Experimente oft zu untersuchen haben werden, wie die Wirkung des Zylinders auf den Resonator sich ändert, wenn die Axe des Zylinders um einen ihrer Punkte rotiert, so wollen wir annehmen, O_0 sei dieser Punkt, welcher seine Lage beibehält. Ohne die Allgemeinheit unserer Schlussfolge-

rungen einzuschränken, dürfen wir diesen Punkt in die xz-Ebene verlegen. In diesem Punkte O_0 soll ferner ein zweites Koordinatensystem seinen Ursprung haben; eine Axe O_0z_0 desselben soll mit der Axe des Zylinders zusammenfallen und eine zweite Axe O_0x_0 soll rechtwinklig zu O_0z_0 in der durch O_0z_0 gehenden und zu Oz parallelen Ebene liegen. Eine einfache Rechnung (s. Beilage *C*) ergiebt dann für die Komponenten X und Y der in O von dem Zylinder erzeug-

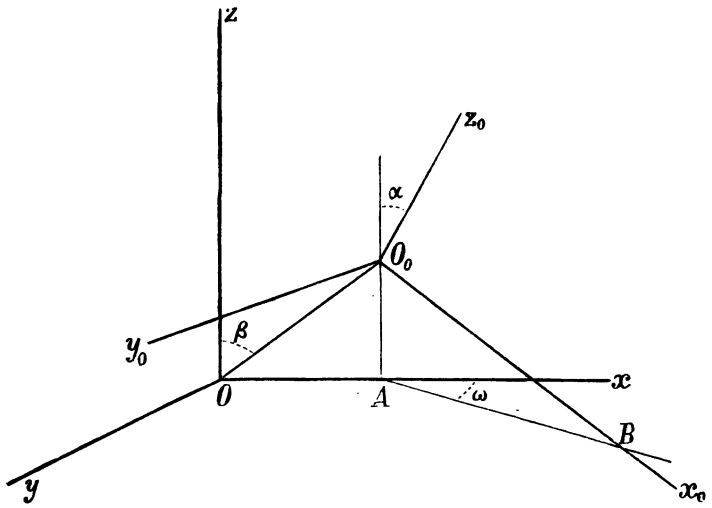


Fig 14.

ten elektrischen Kraft, unter Voraussetzung eines konstanten elektrischen Feldes, folgende Werte:

$$X = \frac{H \sin \alpha}{(x_0^2 + y_0^2)^2} \left\{ 2\, x_0 y_0 \sin \omega + (y_0^2 - x_0^2) \cos \alpha \cos \omega \right\},$$

$$Y = \frac{H \sin \alpha}{(x_0^2 + y_0^2)^2} \left\{ -2\, x_0 y_0 \cos \omega + (y_0^2 - x_0^2) \cos \alpha \sin \omega \right\}.$$

Hierin ist H eine Konstante, welche von der Feldstärke, sowie von der Dielektrizitätskonstante und dem Radius des Zylinders abhängt; α ist der Winkel zwischen der Axe O_0z_0 des Zylinders und der Richtung des Feldes Oz; ω ist der Winkel zwischen den Ebenen x_0z_0 und xz, und endlich sind

x_0, y_0 und z_0 die Koordinaten von O mit Bezug auf die Axen mit dem Ursprung O_0. Bezeichnen wir mit r die Entfernung OO_0 und mit β den Winkel zwischen r und Oz, so finden wir demnach:

$$x_0 = -r \cos\alpha \sin\beta \cos\omega + r \sin\alpha \cos\beta, \quad y_0 = r \sin\beta \sin\omega.$$

Es ist aber nicht notwendig, die schliesslichen Werte von X und Y, wie sie durch Einführung der Ausdrücke für x_0 und y_0 in die vorstehenden Gleichungen resultieren würden, wirklich zu entwickeln. Durch geeignete Wahl der Werte für r, α, β und ω kann man dem Zylinder jede beliebige Lage mit Bezug auf O geben und man vermag dadurch in den verschiedenen Fällen die x- und y-Komponenten der Wirkung, welche der Zylinder in O ausübt, wenn das Feld als homogen und konstant und seine Richtung parallel zu Oz angenommen wird, mit den durch Versuche festgestellten Wirkungen zu vergleichen, welche ein mit seinem Mittelpunkte in O parallel zu Ox oder zu Oy gerichteter Resonator erfährt, wenn das Feld, in welchem der Zylinder sich befindet, von den Schwingungen eines zu Oz parallelen Oszillators herrührt.

Wie wir sehen werden, findet zwischen den Ergebnissen der Rechnung und der Versuche eine bemerkenswerte Uebereinstimmung statt, obschon bei den Versuchen mit den Wellen auch Umstände mitwirken, welche nur eine auf die Maxwell'schen oder Hertz'schen Fundamentalgleichungen gegründete vollsändige Theorie berücksichtigen könnte. Wir erinnern z. B. an Folgendes: Die elektrische Kraft, welche in einem gegebenen Augenblicke auf den Zylinder einwirkt, hat, besonders wenn dieser zu den Wellen (die immer als eben angenommen werden), nicht parallel ist, in seinen verschiedenen Teilen verschiedene Werte. Ebenso ist der in O befindliche Resonator von den verschiedenen Teilen des Zylinders keineswegs gleichweit entfernt und die Einzelwirkungen dieser Teile kommen infolgedessen in O mit verschiedenen Verzögerungen zur Geltung. Wenn trotzdem der Verlauf der Versuche mit den obigen Formeln übereinstimmt, so ist dies dem Umstande zu verdanken, dass die Wirkung der dem

Resonator nächsten Teile des Zylinders diejenige der ferneren Teile überwiegt.

Unter den verschiedenen besonderen Fällen sind die einfachsten diejenigen. in welchen nur einer der drei Winkel $\alpha\,\beta\,\omega$ einen beliebigen Wert hat, die anderen aber $= 0$ oder $= 90^0$ sind. Nur diese Fälle wollen wir hier betrachten. In der folgenden Tabelle sind die für diese Fälle aus den Formeln resultierenden Werte von X und Y zusammengestellt:

Laufende Nummer	α	β	ω	X	Y
1	0^0	β^0	0^0	0	0
2	0	β	90	0	0
3	0	0	ω	0	0
4	0	90	ω	0	0
5	90	0	ω	0	0
6	90	90	ω	0	0
7	90	β	0	0	0
8	90	β	90	$H \sin 2\,\beta/r^2$	0
9	α	90	0	$-H \operatorname{tg} \alpha/r^2$	0
10	α	90	90	0	$H \sin 2\,\alpha/2\,r^2$
11	α	0	0	$H/r^2 \operatorname{tg} \alpha$	0
12	α	0	90	0	$-H/r^2 \operatorname{tg} \alpha$.

Fall 1 bis 4. — In den ersten vier Fällen steht die Axe des Zylinders parallel zur Richtung der elektrischen Kraft und seine Wirkung in O hat keine Komponenten nach den Richtungen Ox und Oy.

Ein dielektrischer Zylinder, etwa aus Glas, 5 cm oder weniger dick, der auf eine dieser Arten orientiert ist, erzeugt keine Funken in einem in O befindlichen Resonator, der zum Oszillator senkrecht, also z. B. nach Ox oder Oy gerichtet ist. Bei diesem Versuche, ebenso wie bei den weiteren Versuchen dieses Paragraphen, kann der Zylinder aus jeder beliebigen dielektrischen Substanz, wie Schwefel, Paraffin. Ebonit u. s. w. bestehen; ein gläserner Zylinder ergiebt indessen, infolge der

höheren Dielektrizitätskonstante dieses Materials, stärkere Wirkungen.

Der Resonator kann vom Typus No. II oder No. III sein, oder auch, wie kaum hinzugefügt zu werden braucht, eine zwischen diesen beiden Typen stehende oder anderweit etwas davon abweichende Grösse haben; der Oszillator dagegen ist am besten vom Typus No. II. Die Entfernung r kann 10 bis 20 cm betragen.

5, 6 und 7. — Auch in diesen drei Fällen, in welchen der Zylinder zur Feldrichtung senkrecht steht sind die Komponenten X und Y beide $= 0$; der Versuch zeigt, dass auch in diesen Fällen keine Funken im Resonator auftreten. Im Falle 5 schneidet die Axe des Zylinders die Gerade Oz, im Falle 6 liegt sie in der xy-Ebene und im Falle 7 in der xz-Ebene.

8. — In diesem Falle (ebenso wie in den vier folgenden Fällen) ist eine der Komponenten X und Y von Null verschieden. Im Falle 8 steht die Axe des Zylinders senkrecht zur Feldrichtung, wie in den Fällen 5, 6 und 7, aber sie ist dabei parallel zu Oy und der Punkt O_0 liegt weder auf Ox noch auf Oz. Die zum Zylinder parallele Y-Komponente ist $= 0$, dagegen gilt für die X-Komponente der Ausdruck $\frac{H}{r^2} \sin 2\beta$ und daher verschwindet dieselbe, wenn man die Axe des Zylinders durch eine Parallelverschiebung desselben, wobei der Punkt O_0 einen Kreis um O beschreibt, in die xy- oder die yz Ebene übergehen lässt. Ferner erreicht die Komponente X ihren Maximalwert, wenn die Gerade OO_0 mit der Feldrichtung einen Winkel von 45^0 einschliesst.

Der diesem Falle entsprechende Versuch mit den elektrischen Wellen wird folgendermassen ausgeführt:

Man bringt nach O einen Resonator in die Richtung Ox und führt um denselben den Glaszylinder, wobei dieser in konstanter Entfernung von O und dabei beständig senkrecht sowohl zum Resonator wie zum Oszillator zu halten ist. Wenn der Zylinder sich in einer zum Resonator oder zum Oszillator senkrechten Ebene (also in der yz- oder der xy-Ebene) be-

findet, so tritt kein Funken im Resonator auf, in den anderen Lagen dagegen erscheinen Funken, deren Intensität und Frequenz ein Maximum erreicht, wenn der Zylinder sich in den vier Lagen befindet, in welchen die durch seine Axe und den Punkt O gehende Ebene mit der Richtung des Oszillators einen Winkel von 45^0 einschliesst.

Wie im Falle der Kugel, von welchem im vorhergehenden Paragraphen die Rede war, so lassen sich auch in diesem Falle leicht Interferenzerscheinungen zwischen den sekundären Wellen zweier Dielektrika erhalten. Bringt man z. B., während ein Zylinder auf den Resonator einwirkt, einen gleichen Zylinder an eine mit Bezug auf die xy- oder die yz-Ebene zum ersten Zylinder symmetrische Stellung, so verschwinden alsbald die Funken aus dem Resonator; sie kommen wieder zum Vorschein, wenn einer der Zylinder aus der symmetrischen Stellung entfernt wird. Sind die Stellungen der beiden Zylinder symmetrisch mit Bezug auf die Oy-Axe, so werden stärkere Funken erhalten als mit einem Zylinder allein.

Natürlich ist es bei diesen Versuchen zweckmässig, wenn die beiden Systeme von sekundären Wellen die gleiche Phase haben; dies ist z. B. der Fall, wenn die Wellen sich in der Richtung Ox fortpflanzen und wenn die Stellungen der beiden Zylinder mit Bezug auf die xy-Ebene symmetrisch sind. Befänden sich die beiden Zylinder in symmetrischer Stellung mit Bezug auf die xz-Ebene, so würden sie in verschiedenen Momenten von den Wellen erreicht und die Phasen könnten deshalb von einander abweichen.

9. — In diesem Falle gehört der Punkt O_0 der Ox-Axe an und die Axe des Zylinders liegt in der xz-Ebene. Die Wirkung in O besitzt, wie im vorigen Falle, keine Komponente in der Richtung Oy, sondern nur die Komponente $-\frac{H}{r^2}\,\mathrm{tg}\alpha$ in der Richtung Ox.

Bei der Ausführung des Versuches bestätigt sich, dass die Wirkung auf den Resonator, der sich in O in der Richtung Ox befindet, mit dem Wachsen des Winkels α zwischen dem Zylinder und der Richtung der elektrischen Kraft zu-

nimmt. Den Wert $\alpha=90^0$ kann man natürlich nicht erreichen, weil der Punkt O immer ausserhalb des Zylinders liegen muss.

10. — In diesem Falle geht die Axe des Zylinders durch einen festen Punkt der Axe Ox und bleibt immer in einer zur yz-Ebene parallelen Ebene, also parallel zur Richtung der elektrischen Kraft und zur Richtung Oy welche man dem Resonator zu geben hat. Dann ist die Ox-Komponente $= 0$ und die Oy - Komponente $= \frac{1}{2}\frac{H}{r^2}\sin 2\alpha$.

In dem Resonator treten keine Funken auf, wenn $\sin 2\alpha = 0$, d. h. wenn die Axe des Zylinders entweder parallel zum Resonator oder parallel zur elektrischen Kraft liegt, dagegen erscheinen Funken, wenn die Axe des Zylinders geneigt ist, und sie erreichen ein Maximum, wenn dieselbe mit der Richtung der Kraft einen Winkel von 45^0 einschliesst.

Bei diesem Versuche muss die Fortpflanzung der Wellen innerhalb der xy-Ebene erfolgen, im übrigen aber kann sie in beliebiger Richtung stattfinden; wenn diese indessen parallel zu Ox ist, also z. B. wenn der Oszillator sich auf der Verlängerung der Verbindungslinie Ox zwischen dem Zylinder und dem Resonator befindet und dieser letztere demnach mit Bezug auf die Wellen die Transversalstellung einnimmt, so wird der Zylinder in seiner ganzen Länge gleichzeitig von den Wellen erreicht.

Auch in diesem Falle kann man bemerkenswerte Interferenzerscheinungen beobachten, wenn man anstatt des einen Zylinders deren zwei verwendet, die sich dann notwendigerweise in etwas verschiedener Entfernung von O befinden. Nehmen wir an, die beiden Zylinder seien parallel zu einander Die Funken im Resonator sind dann intensiver als bei Gegenwart eines Zylinders. Sind dagegen die beiden Zylinder nach verschiedenen Seiten geneigt, so dass ihre Axen mit der xz-Ebene gleiche, aber entgegengesetzte Winkel bilden, so verschwinden im Resonator die Fuuken ganz, oder werden wenigstens bedeutend geschwächt, falls die beiden Zylinder von O zu ungleich entfernt sind und ihre Wirkungen sich infolgedessen nicht vollständig kompensieren. In jedem Falle

lassen sich die entgegengesetzten Wirkungen zweier Zylinder, auch wenn diese von einander verschieden und ungleichweit entfernt sind, durch geeignete Aenderung ihrer Neigungswinkel kompensieren. Sobald man dann einen der Zylinder entfernt, so treten die Funken von neuem auf.

11 und 12. — In diesen beiden Fällen, die wir zusammen betrachten wollen, schneidet die Axe des Zylinders die Oz-Axe und liegt in der xz- oder der yz-Ebene; mit der Richtung Oz der elektrischen Kraft bildet sie einen Winkel α. Eine der Komponenten X und Y ist = 0, während die andere, und zwar diejenige, welche mit der Axe des Zylinders und der Feldrichtung in einer Ebene liegt, den Betrag $-\frac{H}{r^2 tg\alpha}$ hat.

Der Versuch bestätigt, dass die Wirkung auf einen in O befindlichen und nach Ox oder Oy gerichteten Resonator mit Abnahme des Winkels α wächst. Natürlich kann man mit α nicht unter eine gewisse Grenze gehen, weil die Formeln nur dann gelten, wenn der Punkt O sich ausserhalb des Zylinders befindet.

Der Kürze halber verzichte ich auf eine Beschreibung der Interferenzerscheinungen, welche man in den Fällen 9, 11 und 12 mit zwei Zylindern erhalten kann, sowie auch der Erscheinungen, welche bei anderen Orientierungen des Zylinders als den in der obigen Tabelle angegebenen eintreten.

20. Sekundäre Wellen, die von einem Dielektrikum von anderer Form erzeugt werden. — Eine dielektrische Masse, die weder die Form einer Kugel, noch diejenige eines Zylinders hat, bringt, wenn sie einem Resonator genähert wird, durch ihre Resonanz Wirkungen hervor, welche den in den beiden vorstehenden Paragraphen behandelten mehr oder minder ähneln. Ist die Form des Dielektrikums von der Kugel wenig verschieden oder herrscht wenigstens keine der Dimensionen vor, so verhält sich der Körper ganz ähnlich wie eine Kugel. Ueberwiegt dagegen eine der Dimensionen die übrigen bedeutend, ist also das Dielektrikum

etwa ein Prisma, so wirkt dasselbe in ganz ähnlicher Weise wie ein Zylinder.

Nehmen wir z. B. ein Dielektrikum in Gestalt eines langen Prismas und nähern dasselbe dem Resonator in der gleichen Stellung wie den Zylinder im Fall 10 des vorigen Paragraphen, so dass also der Resonator die Transversalstellung einnimmt und das Prisma, welches sich zwischen Oszillator und Resonator befindet, seine Längsdimension parallel den Wellen hat und mit der Richtung der elektrischen Kraft einen Winkel α einschliesst. Im Resonator werden dann Funken sichtbar sein und diese werden die grösste Intensität haben, wenn der Winkel zwischen der Axe des Prismas und der Richtung der Kraft 45^0 beträgt.

Ist das Prisma von rechteckigem Querschnitt, also ein Parallelepiped, so zeigen sich bei gleicher Neigung desselben die lebhaftesten Funken, wenn die grössere seiner Transversaldimensionen der Fortpflanzungsrichtung der Wellen parallel ist. Dieses Verhalten, welches sich mit einem Parallelepiped aus Paraffin oder Schwefel leicht feststellen lässt, ist ohne weiteres verständlich, wenn man bedenkt, dass nach Fall 10 des vorstehenden Paragraphen die Wirkungen paralleler Cylinder auf einen Resonator sich summieren.

Wie bereits früher gesagt wurde, können diese Wirkungen eines Dielektrikums auf einen Resonator zu Irrtümern Veranlassung geben. Einen Beweis dafür liefert der soeben angeführte Versuch.

Im zweiten Teile dieses Buches werden wir nämlich sehen, dass man zum Nachweis der Doppelbrechung der elektrischen Wellen am besten einen Resonator in Transversalstellung verwendet, da derselbe auf diese Weise vor der direkten Einwirkung des Oszillators geschützt ist. Zwischen die beiden Apparate bringt man dann den doppelbrechenden oder als doppelbrechend vermuteten Körper und beobachtet seine Wirkung auf den Resonator.

Treten in diesem Funken auf, so wird man geneigt sein, ihre Entstehung einer Doppelbrechung des untersuchten Körpers zuzuschreiben, denn der Versuch ist völlig analog

demjenigen, der in der Optik zu dem gleichen Nachweise dient. In der That hält man ja eine dünne Platte für doppelbrechend, wenn sie, zwischen zwei gekreuzte Nicols gebracht, das vorher dunkle Gesichtsfeld erhellt. Offenbar versieht bei dem elektromagnetischen Versuch der Oszillator die Stelle des polarisierenden, und der Resonator diejenige des analysierenden Nicols. Sowohl bei dem elektrischen wie bei dem analogen optischen Versuch findet man, wenn man die doppelbrechende Platte in ihrer Ebene dreht, vier zu einander orthogonale Orientierungen, in welchen die Platte ohne Wirkung bleibt, und vier andere, von den vorigen um 45^0 abweichende Lagen, in welchen die Wirkung am stärksten ist.

Ein Dielektrikum, welches nicht die Gestalt eines Umdrehungskörpers mit der Verbindungslinie zwischen dem Oszillator und dem Resonator als Axe hat, kann nun, wie wir gesehen haben, infolge der in ihm stattfindenden Resonanz, oder mit anderen Worten, infolge der sekundären Wellen, welche es erzeugt, ganz ähnliche Wirkungen hervorbringen. In gewissen vier zu einander rechtwinkligen Lagen bleibt das Dielektrikum ohne Einwirkung auf den Resonator, während es in vier anderen Lagen, die von den vorigen um 45^0 abweichen, die stärksten Funken in dem Resonator auftreten lässt; und dieselben Erscheinungen können, wie ich jetzt hinzufüge, auch dann noch auftreten, wenn zwischen das Dielektrikum und den Resonator ein Metallschirm gebracht wird, der in der Mitte eine kreisförmige Öffnung von geringerem Durchmesser als die kleinste Dimension des Dielektrikums besitzt.

Offenbar wäre es ein Irrtum, wenn man die unter solchen Umständen beobachtenden Erscheinungen einer Doppelbrechung zuschreiben wollte.

Aus diesem Grunde mussten die in diesem Kapitel geschilderten Erscheinungen, ganz unabhängig von dem Interesse, welches sie an und für sich bieten können, bereits an dieser Stelle behandelt werden, weil ihre Kenntnis Fehler vermeiden lässt, die andernfalls bei der Interpretation verschiedener Versuche über elektromagnetische Wellen begangen werden könnten.

ZWEITER TEIL.

Anwendung der elektromagnetischen Wellen zur Hervorbringung von Erscheinungen, welche den wichtigsten Erscheinungen der Optik analog sind.

Erstes Kapitel.

Interferenzerscheinungen.

21. Versuch mit stationären Wellen. — Dieser Versuch, welcher ein Analogon zu demjenigen von O. Wiener über stehende Lichtwellen und mithin auch zu dem aus der Akustik bekannten Versuche über stehende Bäuche und Knoten bietet, wurde schon von Hertz angestellt und ist sogar sein wichtigster Versuch, weil er am besten den Schwingungscharakter der von dem Oszillator ausgehenden Erscheinungen illustriert.

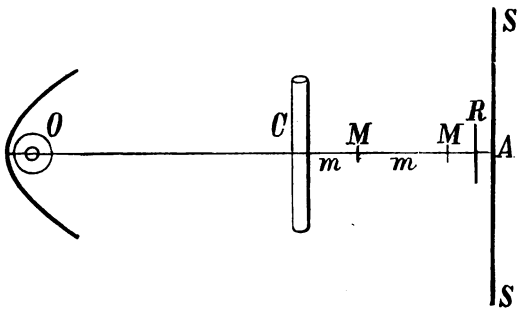


Fig. 15.

Derselbe lässt sich leicht wiederholen, indem man die von meinem Oszillator O (Fig. 15) erzeugten Wellen auf eine zu ihrer Fortpflanzungsrichtung senkrechte Metallplatte SS fallen lässt und längs der zu dem Reflektor senkrechten Geraden OA mit der Hand einen zum Oszillator parallelen Resonator bewegt.

In unmittelbarer Nähe des Spiegels SS, ebenso wie an den Stellen m, m, . . . deren Abstand von dem Spiegel nicht

merklich von einem Vielfachen der halben Wellenlänge $\lambda/2$ verschieden ist, zeigt dieser Resonator keine Funken, dagegen giebt er mehr oder weniger glänzende Funken, sobald er von jenen Stellen hinreichend entfernt ist. Das Maximum der Funkenintensität tritt ein, wenn der Resonator sich an den Stellen M, M, . . . befindet, deren Entfernung von SS bezw. $= \lambda/4$, $3\lambda/4$ . . . ist.

Diese Maxima und Minima offenbaren das Vorhandensein stehender Wellen, welche aus dem Zusammenwirken der vom Oszillator ausgesandten mit den vom Spiegel reflektierten Wellen entstanden sind; sie liefern somit ein Mittel zur Bestimmung der Wellenlänge. Der Abstand zwischen zwei benachbarten Punkten M oder zwei Punkten m ist ja bekanntlich gleich der halben Wellenlänge λ 2. Aus verschiedenen Gründen indessen — unter anderem weil nur die ersten Maxima und Minima in der Nähe des Spiegels SS hinreichend deutlich charakterisiert sind — ist diese Bestimmung keiner grossen Genauigkeit fähig.

Ersetzt man, ohne an dem Oszillator etwas zu ändern, den Resonator durch einen anderen von verschiedener Wellenlänge, so wird die Lage der Punkte M und m eine andere, der Wellenlänge des neuen Resonators entsprechende Diese, von Sarasin und De la Rive konstatierte und *multiple Resonanz* genannte Erscheinung könnte dahin gedeutet werden, dass jeder Oszillator Schwingungen erzeuge, welche nicht von einfacher Natur seien, sondern aus einer unendlichen Anzahl einfacher und wenigstens innerhalb gewisser Grenzen allen möglichen Wellenlängen entsprechender Schwingungen bestehen und dass jeder Resonator nur durch diejenigen Schwingungen angeregt werde, deren Periode gerade seiner eigenen entspreche. Man kann aber auch mit Poincaré und Bjerknes einfach annehmen, dass die Schwingungen des Oszillators stark gedämpft sind, dass also ihre Amplitude rasch abnimmt; denn auch diese Hypothese liefert eine Erklärung dafür, wieso ein Resonator durch einen Oszillator von anderer Periode in Schwingungen versetzt werden kann.

Wie man sieht, wird also bei diesem Versuche ebenso

wie bei den übrigen Interferenzversuchen dieses Abschnittes niemals die Wellenlänge der Schwingungen des Oszillators, sondern immer nur diejenige der Schwingungen des Resonators gemessen.

Dies rührt davon her, dass die Schwingungen des Resonators in der Regel viel weniger stark gedämpft sind als diejenigen des Oszillators. Wäre das Gegenteil der Fall, so würden die Entfernungen MM und mm gleich der halben Wellenlänge des Oszillators sein. Strenge genommen ist keiner dieser beiden Grenzfälle vollkommen verwirklicht; indessen kommen die Versuchsbedingungen der Verwirklichung des ersten dieser Fälle gewöhnlich viel näher. Die Lage der Maxima und Minima ist deshalb in erster Linie durch die Wellenlänge des Resonators bedingt und nur in geringerem Masse durch diejenige des Oszillators beeinflusst.[1])

Unter Benützung der in den letzten Paragraphen des ersten Teiles studierten sekundären Wellen der Dielektrika kann man dem Versuch mit den stationären Wellen folgende neue Gestalt geben. (Unsere Beschreibung betrifft nur eine von den vielen Arten, auf welche das Dielektrikum Verwendung finden kann.)

Man orientiere den Resonator R (Fig. 15) derart, dass er der direkten Einwirkung der Wellen entzogen ist, z. B. in der Transversalstellung, und halte inn fest an einem beliebigen Punkte zwischen O und SS, z. B. in geringer Entfernung von dem Spiegel SS. Darauf bringe man zwischen den Oszillator und den Spiegel einen dielektrischen Zylinder, etwa einen 5 cm dicken Glaszylinder, und richte seine Axe parallel zu SS und unter einem Winkel von etwa 45^0 gegen die Richtung der Schwingungen. Im allgemeinen werden dann alsbald in dem Resonator R Funken erscheinen, welche, wie beim Versuch 10 des § 19, von den sekundären Wellen des Zylinders herrühren

Verändert man nun den Abstand zwischen dem Spiegel SS und dem Zylinder, indem man diesen parallel zu sich

---

[1]) Nils Strindberg, Comptes Rendus 122, p. 1403.

selbst in einer zu OA parallelen Richtung verschiebt, so beobachtet man, dass in dem Resonator die Funken abwechselnd verschwinden und wieder Maxima der Intensität erlangen, und dass die letzteren jedesmal dann eintreten, wenn die Axe des Zylinders die vorhin definierten Punkte M. . . . passiert, die Minima dagegen, wenn dieselbe die anderen Punkte m. . . . trifft.

Die Erklärung dieses Versuches bietet keine Schwierigkeit. Nehmen wir zuerst an, der Oszillator erzeuge ungedämpfte Schwingungen von derselben Periode wie diejenigen des Resonators. Wenn dann die Entfernung zwischen dem Zylinder und dem Spiegel ein gerades Vielfaches der halben Wellenlänge beträgt, so befindet sich der Zylinder an einer Stelle, an welcher die reflektierten Wellen mit den direkten interferieren; er erzeugt deshalb keine sekundären Wellen und der Resonator giebt keine Funken. Wenn dagegen die Entfernung des Zylinders vom Spiegel = $\lambda/4$, $3\lambda/4$ . . . ist, so befindet jener sich an Stellen, an welchen die Wirkungen der direkten und der reflektierten Wellen sich summieren; er erzeugt also die intensivsten sekundären Wellen, welche die lebhaftesten Funken im Resonator hervorrufen.

Diese Erklärung verliert ihre Gültigkeit auch dann nicht, wenn man die Dämpfung der Schwingungen berücksichtigt, und gleichzeitig annimmt, dass Oszillator und Resonator verschiedene Schwingungsperioden besitzen. Man braucht nur zu bedenken, dass eben infolge der Dämpfung die direkten und reflektierten Wellen keine vollständige Interferenz hervorbringen können und dass demnach der dielektrische Zylinder, gleichviel an welcher Stelle er sich befindet, sekundäre Wellen erzeugen muss, welche im Resonator mehr oder minder starke Schwingungen zu erregen vermögen. Diese Erregung wird aber je nach der Lage des Zylinders mehr oder weniger stark sein, ganz wie wenn von dem Oszillator lediglich solche Wellen ausgingen, deren Periode mit derjenigen des Resonators übereinstimmte.

Wenn man nun den Versuch mehrmals mit dem gleichen Oszillator und dem gleichen dielektrischen Zylinder, aber mit

verschiedenen Resonatoren anstellt, so findet man in der That, dass die Lage der Punkte M. . . . und m. . . ., welche die Axe des Zylinders passiert, wenn die Wirkung auf den Resonator ein Maximum oder Minimum erreicht, stets durch die Wellenlänge des Resonators bestimmt ist.

Dieser Versuch ist von besonderem Interesse, weil es auf den ersten Blick scheinen könnte, als ob der dielektrische Zylinder ein Mittel zur Bestimmung der Wellenlänge des Oszillators und nicht des Resonators liefern müsste.

22. Der Fresnel'sche Spiegelversuch. — Ein Analogon zu dem Fresnel'schen Spiegelversuch hat zuerst Boltzmann[1]) realisiert. Derselbe teilt jedoch die Einzelheiten seines Versuches nicht mit, und es lässt sich deshalb nicht beurteilen, ob er bei einer bestimmten Orientierung der Spiegel eine grössere Anzahl aufeinanderfolgender Interferenzstreifen zu beobachten vermochte. Die grosse Länge der von ihm benutzten Wellen legt aber die Vermutung nahe, dass dies nicht der Fall gewesen sei.

Zwischen dem Fresnel'schen Spiegelversuch und dem analogen Versuch mit den elektrischen Schwingungen besteht in der That in praktischer Hinsicht ein sehr grosser Unterschied. Wenn man mit Lichtwellen zu thun hat, so muss man Interferenzstreifen zu erhalten suchen, deren Abstand von einander die Wellenlänge möglichst weit übertrifft; andernfalls wäre ja eine Unterscheidung dieser Streifen überhaupt nicht möglich. Daraus ergiebt sich die Notwendigkeit, den Winkel der beiden Spiegel nur wenig kleiner als 180^0 zu machen und die Streifen in grosser Entfernung von dem Spiegel zu beobachten.

Bei dem analogen elektromagnetischen Versuche dagegen besteht keine Notwendigkeit, sehr weit von einander entfernte Streifen zu gewinnen. Man muss es im Gegenteil so einzurichten suchen, dass der Abstand zweier benachbarter Streifen die halbe Wellenlänge nur wenig übertrifft, weil

[1]) Wied. Ann. 40, p. 399.

andernfalls in dem gemeinsamen Felde der von den beiden Spiegeln reflektierten Strahlenbündel nur für wenige Streifen Platz wäre. Der Winkel der beiden Spiegel muss demnach erheblich kleiner sein als 180^0 und der Resonator wird der Reihe nach an verschiedene Stellen in der Nähe der Spiegel gebracht. Selbstverständlich ist es vorteilhaft, mit kleinen

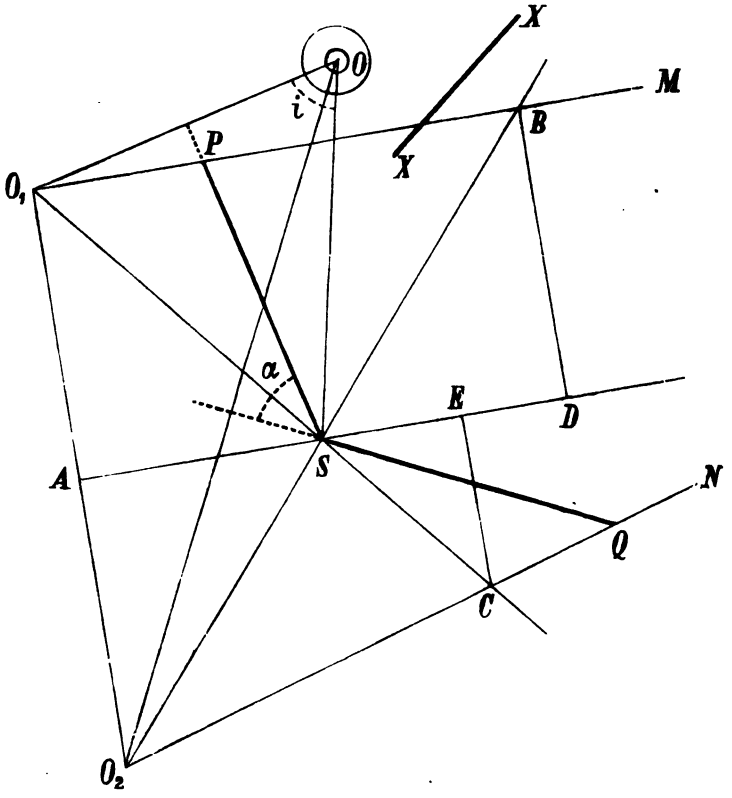


Fig. 16.

Wellenlängen zu operieren, und in der That habe ich den Versuch mit Wellen von 10,6 cm Länge ausgeführt. In O (Fig 16) befindet sich ein Oszillator vom Typus II in vertikaler Stellung ohne parabolischen Reflektor. SP und SQ sind zwei quadratische vertikale Metallplatten von 40 cm Seite. Sind O_1 und O_2 die Bilder von O in den beiden Spiegeln, so repräsentieren

MO_1S und SO_2N die beiden interferierenden Strahlenbündel und MBSCN ihr gemeinsames Gebiet.[1]) Von der Beugung ist dabei abgesehen. Die Erscheinung ist symmetrisch mit Bezug auf die durch S und die Mitte A der Geraden O_1O_2 gehende Vertikalebene.

Es sei nun α der Winkel zwischen PS und der Verlängerung von QS, i der Einfallswinkel von OS auf dem Spiegel PS, $i' = i - \alpha$ der Einfallswinkel von OS mit Bezug auf den Spiegel QS, a die Entfernung OS zwischen der Strahlenquelle O und der gemeinsamen Kante der Spiegel, und endlich seien b und b' bezw. die Breiten SP und SQ dieser Spiegel. Einfache geometrische Betrachtungen[2]) ergeben dann:

$$SB = \frac{ab \cos i}{a \sin 2\alpha - b \cos (2\alpha - i)},$$

$$SC = \frac{ab' \cos i'}{a \sin 2\alpha - b' \cos (2\alpha + i')},$$

und damit folgen zugleich, da die Winkel BSD und CSD beide $= \alpha$ sind, die Längen $BD = BS \sin\alpha$, $SD = BS \cos\alpha$, $CE = SC \sin\alpha$ und $SE = SC \cos\alpha$.

Auf diese Weise ist die Lage der Punkte B und C und folglich das den beiden reflektierten Strahlenbündeln gemeinsame Gebiet bestimmt.

---

[1]) In dem besonderen Falle, wie ihn unsere Abbildung darstellt, ist ein Teil dieses gemeinsamen Gebietes, nämlich CSQ, nicht zugänglich, weil $\alpha > 90^0 - i$ ist. Bezüglich der Bedeutung der Winkel α und i sehe man weiter im Text.

[2]) Man beachte zunächst, dass die Geraden SB und SC die Richtung angeben, in welcher der einfallende Strahl OS von den beiden Spiegeln reflektiert wird; demnach ist der Winkel BSC gleich dem Doppelten des Winkels zwischen den beiden Spiegeln, also $= 2\alpha$ und die Winkel O_1SA, ASO_2, BSD und DSC sind sämtlich $= \alpha$. Bezeichnen wir mit β den Winkel BO_1S, so ergiebt sich aus den Dreiecken PSO_1 und BSO_1, dass $\frac{b}{a} = \frac{\sin\beta}{\sin O_1PS} = \frac{\sin\beta}{\sin(90^0 - i + \beta)}$ und $\frac{SB}{a} = \frac{\sin\beta}{\sin O_1BS} = \frac{\sin\beta}{\sin(180^0 - 2\alpha + \beta)}$. Durch Elimination von β folgt daraus der im Text angegebene Wert für SB. Auf ähnliche Weise liefern die Dreiecke QSO_2 und CSO_2 den Wert von SC.

Und da ferner:[1])

$$O_2B = a + SB,\ O_1B = SB\ \frac{\sin 2\alpha\ \sqrt{a^2+b^2-2\,ab\sin i}}{b\cos i},$$

so kann man den Gangunterschied für den Punkt B berechnen und man weiss also, wie viele Interferenzstreifen auf der Strecke BD zwischen B und D zu Stande kommen. Auf dieser Strecke und ihrer Verlängerung über D hinaus verschiebt man nun zweckmässig den vertikalen Resonator, mittels dessen man das Vorhandensein der Streifen zeigen will.

Bei meinem Versuche, welcher in Fig. 16 in Verhältnis von 1:10 dargestellt ist, war $OS = a = 50$ cm, $i = 65^0$, $\alpha = 50^0$, $SP = b = 40$ cm und $SQ = b' = 40$ cm.

Diese Zahlen liefern dann

SB =	51,3	cm
SC =	29,2	„
BD =	39,3	„
SD =	33	„
CE =	22,4	„
SE =	18,8	„
O_2B =	101,3	„
O_1B =	65,1	„
$O_2B - O_1B$ =	36,2	„

Für einen Resonator vom Typus II mit der Wellenlänge $\lambda = 10{,}6$ cm ist demnach $O_2B - O_1B = 3\lambda + 4{,}4$ cm. Verschiebt man somit einen vertikalen Resonator längs BD, so wird man an vier Stellen Funkenmaxima und an anderen vier Stellen Minima oder gar keine Funken beobachten. Die letzteren Stellen bezeichnen die Interferenzstreifen.

Dies beobachtet man auch wirklich. Bringt man einen Resonator an die Stelle D, so zeigt er sehr lebhafte Funken; verschiebt man ihn aber nach B zu, so werden die Funken immer schwächer und verschwinden schliesslich ganz, um danach mit zunehmender Intensität wieder zum Vorschein

[1]) Die zweite Formel findet sich mit Hilfe des Dreiecks BOS_1. Dasselbe ergiebt $O_1B/SB = \sin 2\alpha/\sin\beta$ und man braucht hierin nur den aus der Gleichung $b/a = \sin\beta/\sin(90^0 - i + \beta)$ entnommenen Wert von β einzusetzen.

zu kommen, dann abermals zu verlöschen und wieder zu erscheinen, u. s. f. Auf der Strecke BD liessen sich im ganzen vier gut ausgeprägte und durch Minima, d. h. durch Interferenzstreifen von einander getrennte Maxima konstatieren.

Bei weiterer Verschiebung des Resonators zwischen D und dem Spiegel SQ fanden sich noch ein Maximum und zwei Minima. Mehr waren bei der gegebenen Versuchsanordnung nicht zu beobachten. Das gemeinsame Gebiet der beiden Strahlenbündel wird nämlich durch den Spiegel SQ sehr eingeschränkt, weil der Punkt O_1 oberhalb SQ zu liegen kommt Infolgedessen können ferner die von SP reflektierten Strahlen noch eine zweite Reflexion auf SQ erfahren, aber sie gelangen dann nicht mehr nach BD und bedeuten deshalb keine Störung des Versuchs.

Aendert man die Dimensionen der Spiegel, ihren Winkel oder den Ort des Oszillators, so ändert sich natürlich auch die Anzahl, die Lage und der Abstand der Streifen. Selbst mit einem Resonator von sehr kleiner Wellenlänge (10,6 cm) lassen sich indessen auf jeder Seite der Symmetrieebene kaum mehr als 3 bis 4 Interferenzstreifen erhalten.

Damit bei dem geschilderten Versuche die von dem Oszillator O ausgehenden Wellen nicht direkt zum Resonator gelangen, thut man gut, an geeigneter Stelle einen grossen Metallschirm XX anzubringen.

23. Andere Formen des Interferenzversuches mit zwei Spiegeln. — Lässt man die beiden Spiegel des Fresnel'schen Versuches in eine und dieselbe Ebene übergehen, so verschwindet das den reflektierenden Strahlenbündeln gemeinsame Gebiet. Fängt man aber diese beiden Bündel mit einem Hohlspiegel auf, der sie auf einen Resonator konzentriert, so kann man in diesem, wenn man den einen Spiegel parallel zu sich selbst verschiebt, Maxima und Minima der Funkenintensität beobachten. Diese Versuchsanordnung kann als ein Analogon zu dem Fizeau'schen Interferenzapparat gelten; sie bietet ein besonderes Interesse, weil sie gute Bestimmungen von Wellenlängen zu liefern vermag. Sie wurde

von Klemencic und Czermak [1]) auf eine Anregung Boltzmann's ausgeführt und auch von Zehnder [2]) benützt.

Sei O (Fig. 17) der Oszillator mit seinem parabolischen Spiegel S; AB und BC seien die beiden ebenen Spiegel. Die Strahlen werden in den Richtungen AD, BE und CF gegen den Hohlspiegel S' des Resonators R reflektiert. Wird nun der eine Spiegel BC etwa nach B_1 C_1 gebracht, so gelangt das von ihm reflektierte Strahlenbündel nach R mit einer anderen Phase wie das von AB reflektierte und wenn der

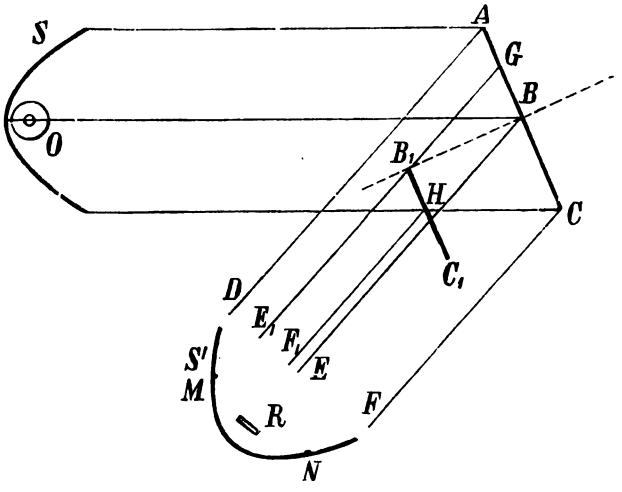


Fig. 17.

Gangunterschied gleich einem ungeraden Vielfachen der halben Wellenlänge ist, so hören die Funken im Resonator R auf.

Um mit dieser Versuchsanordnung Bestimmungen von Wellenlängen vornehmen zu können, muss man indessen zwei Umstände berücksichtigen, welche das Ergebnis zu modifizieren vermögen.

Erstens ist es, wegen des Raumes, den die parabolischen Reflektoren des Oszillators und des Resonators notwendigerweise

---

[1]) Wiener Ber. 101, Abth. A p 935.

[2]) Wied. Ann. 49, p 549. 1893.

einnehmen, nicht möglich, mit dem Einfallswinkel auf den beiden Spiegeln unter eine gewisse Grenze herabzugehen. Bei der Berechnung des Gangunterschiedes der beiden interferierenden Strahlenbündel muss man demnach den Betrag dieses Einfallswinkels mit berücksichtigen; meines Wissens aber hat man bisher diesen Einfallswinkel einfach gleich Null angenommen. Bezeichnet s die Verschiebung, welche der eine der beiden Spiegel in der Richtung seiner Normalen erhalten hat, und i den Einfallswinkel, so ist, wie leicht einzusehen, der Gangunterschied Δ durch

$$\Delta = 2 s \cos i$$

gegeben. Der Winkel i lässt sich z. B. aus der Messung der Seiten des Dreiecks OBR, dessen Winkel $B = 2i$ ist, bestimmen.

Ein zweiter bemerkenswerter Umstand ist der folgende: Infolge der Verschiebung des einen Spiegels wird das reflektierte Gesamtbündel, welches ursprünglich durch ACFD dargestellt war, schmäler, weil nur noch die Teile AG und B_1 H der beiden Spiegel wirksam sind. Ein Uebelstand ist damit nicht verbunden, wenn, wie es in der Abbildung der Fall ist, der Konkavspiegel S′ des Resonators eine hinreichend grosse Oeffnung hat, um sowohl vor wie nach der Verschiebung das ganze reflektierte Bündel in sich aufnehmen zu können, und wenn — was schwieriger anzunehmen ist — der Reflektor eine vollkommene Gestalt besitzt. In Wirklichkeit indessen wird man, um die Beugung einzuschränken, die ebenen Spiegel ziemlich breit wählen und die Breite MN des mit dem Resonator verbundenen Reflektors wird geringer sein als diejenige des von den ebenen Spiegeln reflektierten Bündels. Wenn in diesem Falle der Reflektor MN vor der Verschiebung von BC zwei gleiche reflektierte Bündel empfing, so wird er nach der Verschiebung mehr von dem Bündel, welches auf dem Spiegel BC reflektiert wurde, als von dem anderen, auf AB reflektierten empfangen. Anstatt vollständigen Verlöschens der Funken im Resonator R wird man dann nur Funkenminima konstatieren können und auch diese werden mehr und mehr verwischt werden.

Dieser letztere Uebelstand ist bei der folgenden neuen Versuchsanordnung fast ganz beseitigt.

In der Fig. 18 stelle AB eine vertikale Glasscheibe dar. Trotz ihrer geringen Dicke reflektiert eine solche Platte die Strahlen mit hinreichender Intensität gegen den Resonator. (Vgl. darüber § 29). Hinter AB stelle man nun eine zweite Glasscheibe CD parallel zur ersten auf; dieselbe muss in der Richtung ihrer Normalen verschiebbar sein. Von den Strahlen, welche die erste Platte passiert haben, wird dann ein Teil von der zweiten Platte nach R zu reflektiert werden. Hält man nun die erste Platte fest und entfernt die zweite Platte, die zuerst mit derselben in Berührung gewesen war, von der-

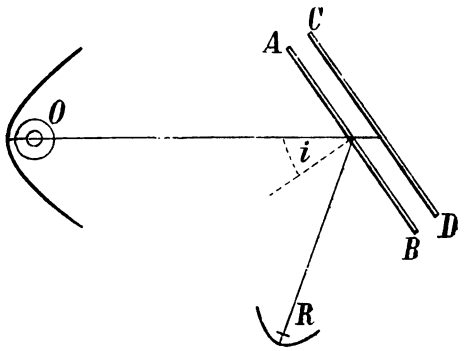


Fig. 18.

selben, so sieht man, wie die Funken im Resonator schwächer werden und schliesslich ganz verschwinden, dann bei weiterer Verschiebung der beweglichen Platte aufs neue zum Vorschein kommen und bis zu einem Maximum an Intensität zunehmen, hierauf wieder schwächer werden, u. s. f. Das erste Minimum ist sehr scharf ausgeprägt, weniger das zweite und noch weniger das dritte; weitere sind überhaupt kaum erkennbar.

Es ist klar, das ein Minimum dann eintritt, wenn der Ort der beweglichen Platte ein derartiger ist, dass die von ihr reflektierten Wellen mit den von der festen Platte reflektierten interferieren; um von einem Minimum zum nächst-

folgenden zu gelangen, muss man also die bewegliche Platte soweit verschieben, dass der Weg der an ihr reflektierten Wellen um eine Wellenlänge zunimmt.

Bei einem Versuche mit einem Resonator von 10,6 cm Wellenlänge war bei einem Einfallswinkel $i = 45^0$ eine Verschiebung s von 7,5 cm erforderlich, um von einem Minimum zum nächstfolgenden zu gelangen. Aus der Formel $\Delta = 2s \cos i$ ergiebt sich nun $\Delta = 10{,}61$ cm, ein Betrag, der in der That sehr nahe mit der Wellenlänge des benutzten Resonators übereinstimmt.

Eine Einzelheit, die man bei diesem Versuch beobachtet, darf nicht unerwähnt bleiben: Die Verschiebung, welche man der beweglichen Platte von der Berührung mit der festen Platte aus zu erteilen hat, bis man zum ersten Minimum gelangt, ist viel geringer als die Hälfte der oben angegebenen 7,5 cm; bei meinem Versuche betrug dieselbe nur etwa 2,4 cm. Teilweise wenigstens wird dies davon herrühren, dass die Wellen, welche an der beweglichen Platte reflektiert werden, zweimal die feste Platte passieren müssen, um zum Resonator zu gelangen. Die folgenden Minima dagegen entsprechen successiven Verschiebungen von je 7,5 cm, während die dazwischen liegenden Maxima Verschiebungen von $\frac{7{,}5}{2}$ cm, $\frac{3.7{,}5}{2}$ cm u. s. w. erfordern.

Eine andere Versuchsanordnung, und zwar nach meiner Ansicht die beste, welche ich zur leichten Ausführung von Messungen zusammengestellt habe, ist in Fig. 19 abgebildet.

Die beiden Metallspiegel AB und BC sind so aufgestellt, dass die Strahlen, welche von dem mit seinem Reflektor S versehenen Oszillator O ausgehen, senkrecht auf dieselben fallen. Bevor sie zu den Spiegeln gelangen, müssen die Strahlen jedoch eine gegen ihre Richtung geneigte Platte DE aus Schwefel (Dicke 4—5 cm) oder besser aus Glas (Dicke 8 - 10 mm) passieren. Nach der Reflexion an den beiden ebenen Spiegeln fallen die Strahlen von neuem auf die dielektrische Platte und werden von derselben teilweise gegen den Resonator R zurückgeworfen. Obschon damit natürlich er-

hebliche Intensitätsverluste verknüpft sind, weil die dielektrische Platte immer nur einen Teil der Strahlen durchlässt oder reflektiert, ist doch die Wirkung auf den Resonator intensiv genug, um gute Messungen zu gestatten.

Verschiebt man einen der Spiegel, z. B. BC, nach B_1C_1 so verschwinden die Funken aus dem Resonator, wenn BB_1 ein ungerades Vielfaches von $\lambda/4$ beträgt, da der Gangunterschied zwischen den beiden auf den Resonator konzentrierten Bündeln dann offenbar $= 2BB_1$ ist.

Mit den Apparaten vom Typus II konnte ich bei Verschiebung von BC in der Richtung nach M eine Anzahl abwechselnder Maxima und Minima beobachten. Die vier ersten

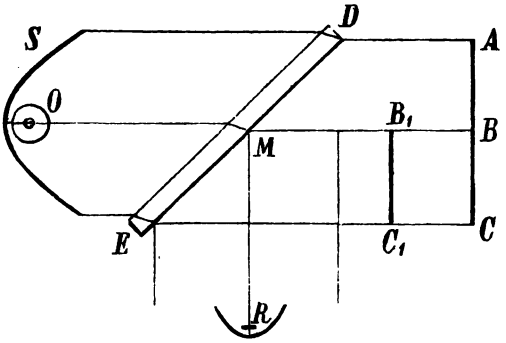


Fig. 19.

Minima waren sehr scharf ausgeprägt, das fünfte war es weniger, noch weniger das sechste; das siebente war überhaupt unsicher.

Dies beweist, dass jede der oszillatorischen Entladungen zwischen den Kugeln des Oszillators sich über eine Dauer von wenigstens sechs vollständigen Schwingungen von der Periode des Resonators erstreckt. (Vgl. darüber § 4).

Folgende drei Bedingungen müssen erfüllt sein, wenn die in Fig. 19 skizzierte Versuchsanordnung gute Resultate geben soll: 1.) Der Resonator R darf von seiten des Oszillators O keine direkte Einwirkung erfahren; 2.) die von dem Dielektrikum DE oder eventuell auch von den Spiegeln AB und BC erzeugten sekundären Wellen dürfen auf den Reso-

nator keine merkbare Wirkung ausüben; 3) die von den beiden Spiegeln kommenden Strahlenbündel müssen so zum Resonator gelangen, dass jedes von beiden, für sich genommen, die gleiche Wirkung hervorbringt.

Um der ersten Bedingung zu genügen, muss einer von den beiden Apparaten O und R ziemlich weit von DE entfernt sein. Besser noch ist es, wenn ausserdem der Einfallswinkel der Strahlen auf die Platte DE nicht, wie in der Figur dargestellt, = 45°, sondern grösser ist. Der Resonator wird sich nämlich dann mehr nach der Seite der beiden Spiegel als nach derjenigen des Oszillators zu befinden.

Die zweite Bedingung ist in der Regel erfüllt, wenn nicht gerade die dielektrische Platte besonders nahe zum Resonator und zu den beiden Spiegeln ist.

Was die dritte Bedingung anbelangt, so lässt sich auch diese erfüllen, wenn man den Ort und die Orientierung des Resonators mit Sorgfalt wählt. Besteht DE aus Glas, so ist dies bequem zu erreichen, denn wenn man die beiden Platten AB und $B_1 C_1$ beleuchtet und auf der Verlängerung von RM einen dunklen Hintergrund anbringt, so kann man leicht eine Stelle ausfindig machen, die mit den vom Glase gegebenen virtuellen Bildern von B und B_1 in gerader Linie liegt. Der Resonator wird dann an diese Stelle gebracht, indem man seine Drehungsaxe gegen jene beiden Bilder richtet. Auf alle Fälle muss man immer untersuchen, ob der Resonator annähernd gleich intensive Funken giebt, wenn entweder nur der Spiegel AB oder nur der Spiegel BC an Ort und Stelle, der andere aber weggenommen ist. Sollte die Wirkung in den beiden Fällen nicht die gleiche sein, so muss man durch geeignete Seitwärtsverschiebung des Resonators diese Ungleichheit beseitigen.

24. Messung der Wellenlängen der Resonatoren und Bestimmung von Brechungsexponenten. — Sowohl mit Hilfe der Versuchsanordnung der Fig. 19, als auch mit derjenigen der Fig. 17 habe ich die meinen Resonatoren zugehörigen Wellenlängen bestimmt; im letzteren Falle wurde

dabei nach der Formel $\Delta = 2s \cos i$ der Einfallswinkel berücksichtigt. Eine mehrfache Wiederholung einer und derselben Messung ergab geringere Unterschiede zwischen den einzelnen Zahlen, als sie bei der gebräuchlichen Bestimmung der Wellenlängen nach der Methode der stehenden Wellen (s. § 21) vorkommen.

Bringt man eine planparallele Platte eines Dielektrikums vor einen der ebenen Spiegel und verschiebt den anderen, so kann man die Dicke der Luftschicht, welche der Dicke der Platte entspricht, bestimmen und daraus den Brechungsexponenten der letzteren ableiten. Auch hier habe ich bei Wiederholung der Messungen mit einer und derselben Platte Werte gefunden, die weniger von einander verschieden waren, als diejenigen, die bei wiederholter Messung des Brechungsexponenten mittels eines Prismas erhalten werden. Es empfiehlt sich deshalb, dieses Interferenzverfahren auch für die Messung von Brechungsexponenten zu benützen.

Eine gewisse Unsicherheit der Messung kann dadurch entstehen, dass bei weiterer Verschiebung des Spiegels BC wieder neue Maxima und Minima zum Vorschein kommen. Thatsächlich jedoch ist es leicht zu erkennen, ob die von den beiden interferierenden Strahlenbündeln durchlaufenen Wege einander entsprechen, da in diesem Falle die Funken im Resonator am intensivsten sind und andererseits verschwindet jede Unsicherheit in dieser Beziehung durch eine vorherige ungefähre Bestimmung des Brechungsindex mit dem Prisma.

Mittels des hier beschriebenen Interferenzverfahrens habe ich die Brechungsexponenten von Paraffin und Schwefel gemessen. Um die Wirkung einer 4,2 cm dicken Paraffinplatte, die sich in Berührung mit einem der Spiegel befand, zu kompensieren, war eine Verschiebung des anderen Spiegels um 1,8 cm erforderlich. Eine 4,2 cm dicke Paraffinschicht ist demnach gleichwertig mit einer $4{,}2 + 1{,}8 = 6$ cm dicken Luftschicht; wenn λ die Wellenlänge in Luft bezeichnet, so ist also diejenige im Paraffin $\lambda_1 = \frac{4{,}2}{6}\lambda$ und der Brechungs-

exponent $n = \lambda/\lambda_1 = 6/4{,}2 = 1{,}43$. Für den Schwefel fand ich auf dieselbe Weise $n = 1{,}87$(1).

Strenge genommen, müsste man auch die Reflexion, welche die Wellen an der Vorderfläche des Dielektrikums erleiden, sowie die folgenden Reflexionen innerhalb desselben in Betracht ziehen; es scheint indessen, dass die Vernachlässigung dieser Reflexionen keinen bedeutenden Fehler mit sich bringt; die starke Dämpfung und die geringe Anzahl der Schwingungen, welche auf jede Entladung im Oszillator zu folgen pflegen, müssen ja auch dazu führen, dass die mehrmals im Dielektrikum reflektierten Strahlen nicht mit den andern interferieren können, welche nur eine Reflexion an dem nicht mit der dielektrischen Platte bedeckten Metallspiegel erlitten haben.

Gleichwohl hat O. Wiedeburg[2]), der neuerdings mit meinen Apparaten und der in Fig. 19 dargestellten Versuchsanordnung ähnliche Untersuchungen angestellt hat, auch die mehrfachen Reflexionen zu berücksichtigen gesucht und hat für das von ihm benutzte Paraffin und Spiegelglas den Brechungsexponenten 1,418, bezw. 2,63 gefunden.

25. Interferenz mit einem einzigen Spiegel. — Der Versuch mit den stehenden Wellen (§ 21) fällt unter diese Bezeichnung. Der Versuch dagegen, welchen ich nunmehr beschreiben werde, bietet ein Analogon zu dem Versuche Fresnel's, bei welchem ein Teil der von einer linearen Lichtquelle ausgehenden Strahlen unter grossem Einfallswinkel auf einen zu jener Lichtquelle parallelen Spiegel fällt und nach der Reflexion mit den direkt von der Lichtquelle stammenden Strahlen interferiert. Der Hertz'sche Versuch ist im Grunde nur ein durch den Einfallswinkel 0 charakterisierter besonderer Fall des hier beschriebenen Versuches.

---

[1]) Für den Brechungsexponenten des Schwefels für die Fraunhofer'sche B-Linie erhielt Schrauf (Wiener Berichte 41, p. 769) im Mittel den Wert 2,06. Der hier gefundene Wert ist also, wie dies vorauszusehen war, kleiner.

[2]) Wied. Ann. 59, p. 497. 1896.

In O (Fig. 20) befindet sich ein Oszillator vom Typus II ohne parabolischen Reflektor in vertikaler Stellung; SS′ ist ein ebenfalls vertikales Kupferblech von 306 cm Länge und 44 cm Höhe. Der Resonator R, gleichfalls in vertikaler Stellung, hat auch keinen Reflektor,, oder doch nur einen sehr schmalen, der ganz einfach aus einem Streifen Kupferblech bestehen mag (s. § 10); er kann längs einer zum

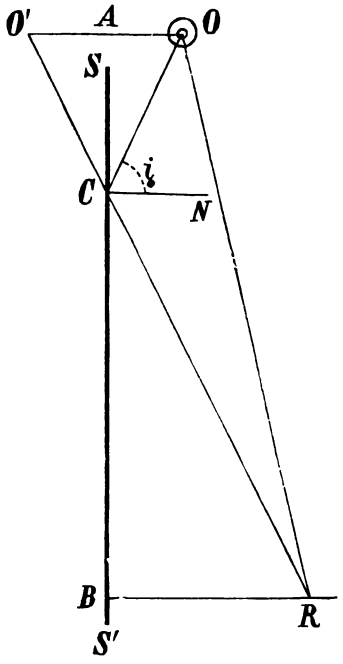


Fig. 20.

Spiegel senkrechten Geraden BR verschoben werden und empfängt sowohl die direkt von O kommenden Strahlen, als auch diejenigen, welche von SS′ reflektiert sind und demnach von einer mit Bezug auf SS′ zu O symmetrischen, virtuellen Lichtquelle O′ stammen.

Misst man die Entfernung OA = a zwischen dem Spiegel und dem Oszillator, diejenige AB = b zwischen dem Oszillator und der Geraden BR und endlich die Entfernung BR = c des

Resonators von dem Spiegel, so erhält man für den Gangunterschied Δ der in R interferierenden Wellen den Ausdruck

$$\Delta = \sqrt{b^2 + (a+c)^2} - \sqrt{b^2 + (c-a)^2},$$

woraus

$$c = \frac{\Delta}{2} \sqrt{\frac{4a^2 + 4b^2 - \Delta^2}{4a^2 - \Delta^2}}.$$

Man kann also die Lagen des Resonators berechnen, welche Gangunterschieden $\Delta = 0$, $\lambda/2$, λ, $3\lambda/2$ etc. entsprechen, wobei im vorliegenden Falle $\lambda = 10{,}6$ cm zu setzen ist.

Wie bei dem optischen Versuche von Fresnel, findet man die Minima an den Stellen, für welche Δ ein ganzes Vielfaches der Wellenlänge beträgt, und die Maxima an den Stellen, für welche Δ gleich einem ungeraden Vielfachen der halben Wellenlänge ist. Auch bei den elektrischen Wellen bestätigt sich demnach, wie dies ja schon aus dem Hertz'schen Versuche hervorgeht, dass bei der Reflexion eine Phasenänderung von einer halben Welle eintritt. Mit anderen Worten sind also die Interferenzstreifen, deren Mitte sich in B befindet, Streifen mit dunklem Zentrum. In der That giebt der Resonator bei B keine Funken; das erste Funkenmaximum tritt an einer Stelle ein, für welche der Unterschied zwischen den Entfernungen von O und O' eine halbe Wellenlänge beträgt.

Bei dem Versuche, welchen ich mit der geschilderten Anordnung vorgenommen habe, fand ich die Maxima und Minima ziemlich genau an den berechneten Stellen. Bei einem Versuche z. B., bei welchem $a = 42{,}4$ cm und $b = 300$ cm war, erhielt ich für das erste Maximum $c =$ zirka 19 cm, für das zweite Minimum $c = 38$ cm u. s. w.

Bei dem optischen Versuche von Fresnel ist der Einfallswinkel, unter welchem die Strahlen den Spiegel treffen, notwendigerweise nur wenig kleiner als 90^0 und darum sicher grösser als der Haupteinfallswinkel. Infolgedessen giebt der Versuch stets dasselbe Resultat, ob man nun natürliches oder unter einem beliebigen Azimut polarisiertes Licht dazu verwendet. Wäre es aber möglich, noch bei kleinerem Einfallswinkel als dem Polarisationswinkel deutliche Interferenzstreifen zu beobachten, so würde die Erscheinung einen

anderen Charakter annehmen. Man würde in diesem Falle Streifen mit dunklem Zentrum erhalten, wenn das Licht in der Einfallsebene polarisiert wäre; und die komplementäre Erscheinung, also Streifen mit hellem Zentrum, wenn das Licht senkrecht zur Einfallsebene polarisiert wäre.

Mit den elektrischen Strahlen lässt sich nun dieser Versuch ausführen und er giebt wirklich das erwartete Resultat.

Zu diesem Zwecke braucht man nur den Oszillator O und den Resonator R horizontal zu orientieren. Man findet dann, dass der Resonator in der Nähe von B lebhafte Funken giebt, in einer gewissen Entfernung von B ein Minimum, dann in grösserer Entfernung ein zweites Maximum aufweist u. s. w. Diese Maxima und Minima befinden sich ungefähr (aber nicht genau, wie wir noch sehen werden) an den Stellen, an welchen mit vertikalen Schwingungen bezw. die Minima und Maxima erhalten werden.

Die Dimensionen der Apparate und die verhältnissmässig kleinen Entfernungen, mit welchen man arbeiten muss, um noch sichtbare Wirkungen zu bekommen, haben in der That zur Folge, dass der Einfallswinkel i der Strahlen, welche nach der Reflexion zum Resonator gelangen, fast immer kleiner ist als der Haupteinfallswinkel. Denn man kann ja i mit Hilfe der Formel

$$\operatorname{tg} i = \frac{b}{a + c}$$

berechnen und es lässt sich auf diese Weise feststellen, dass — ausgenommen in einigen Fällen, in welchen der Resonator sich besonders nahe zu B befand — der Winkel i immer kleiner war als 81^0; letzteres ist, wie wir später sehen werden, der angenäherte Wert des Haupteinfallswinkels für Kupfer.

Diese entgegengesetzten Wirkungen, welche in unmittelbarer Nähe von B erhalten werden, je nachdem der Oszillator vertikale oder horizontale Schwingungen aussendet, sind wohl im Auge zu behalten. Im ersteren Falle vernichten die Schwingungen bei B einander, im letzteren Falle dagegen summieren sie sich und wir werden später sehen, wie diese

Interferenzerscheinung beim Studium der Reflexion der elektrischen Wellen an Metallen zu Irrtümern führen kann.

Auch ein eigentümlicher Versuch, den Hagenbach und Zehnder [1]) beschrieben haben, kann nunmehr seine Erklärung finden. Die Genannten bringen zwischen den Oszillator und den Resonator, die beide mit ihren Reflektoren versehen sind und einander parallel gegenüberstehen, eine Metallplatte und finden, dass hierdurch die Funken im Resonator nicht allein dann verlöschen, wenn die Platte zur Fortpflanzungsrichtung der Strahlen senkrecht steht, sondern auch, wenn sie zur Fortpflanzungsrichtung der Strahlen und ebenso zum Resonator parallel ist Offenbar rührt dieses Verlöschen von der Interferenz zwischen den direkt zum Resonator gelangenden Strahlen und denjenigen, welche ihn nach einer Reflexion an der Metallplatte erreichen, her. Auf den ersten Blick mag es zwar scheinen, als ob eine Reflexion nicht stattfinden könne, da ja die Strahlen sich parallel zur Platte fortpflanzen; aber ein vollkommen strenger Parallelismus ist doch durch die Beugung oder durch die nicht genau parabolische Form des Oszillatorspiegels ausgeschlossen.

Es lässt sich ferner voraussehen, dass der Versuch von Hagenbach und Zehnder anders verlaufen würde, wenn die Metallplatte zwar parallel zur Fortpflanzungsrichtung der Strahlen, aber dabei senkrecht zum Oszillator angeordnet würde. In diesem Falle würden die reflektierten und die direkten Strahlen sich summieren und der Resonator würde lebhafte Funken zeigen.

Wenn b so gross ist, wie in unserem Falle (300 cm), so gelingt der Versuch nur bei Anwendung ausserordentlich empfindlicher Resonatoren. Man braucht aber nur den Oszillator mit seinem parabolischen Reflektor zu versehen, um auch mit mittelmässigen Resonatoren sehr ansehnliche Wirkungen zu erzielen. Entweder infolge unvermeidlicher Ungenauigkeiten in der Form des parabolischen Reflektors, oder hauptsächlich

---

[1]) Wied. Ann. 43, p 610. 1891.

infolge von Beugungsvorgängen bilden die vom Oszillator ausgesandten Strahlen kein streng paralleles Bündel und können deshalb ganz gut eine teilweise Reflexion an dem Blech SS' erleiden und nach derselben noch zum Resonator gelangen.

Wie bereits gesagt wurde, befinden sich die mit horizontalen Schwingungen beobachteten Maxima und Minima nicht genau an denselben Stellen wie bezw. die Minima und Maxima bei Anwendung vertikaler Schwingungen. Dies rührt davon her, dass der Einfallswinkel i je nach dem Orte des Resonators R auf der Geraden BR verschieden ist und dass dementsprechend auch die Verzögerung, welche die der Einfallsebene parallelen Schwingungen durch die Reflexion erfahren, verschieden ausfällt. Diese Verzögerung wächst von 0 bis $\lambda/2$, wenn i von 0^0 bis 90^0 wächst, und erreicht den Betrag $\lambda/4$, wenn i angenähert gleich dem Haupteinfallswinkel ist.

Diese Beobachtung, dass die Maxima und Minima für horizontale Schwingungen nicht genau die gleiche Lage haben, wie bezw. die Minima und Maxima für vertikale Schwingungen, bietet also einen neuen Beweis dafür, dass die bei der Reflexion entstehende Phasendifferenz zwischen den zur Einfallsebene parallelen und den zur ihr senkrechten Schwingungen mit der Grösse des Einfallswinkels variiert.

26. Versuch mit dem Doppelprisma. — Die Ausführung eines dem optischen Experiment mit dem Doppelprisma analogen Versuches mittels elektrischer Wellen begegnet ähnlichen Schwierigkeiten, wie diejenigen, welche schon gelegentlich des Fresnel'schen Spiegelversuches erwähnt wurden.

Das Doppelprisma ist ein prismatischer Block aus Schwefel, der durch Giessen von Schwefel in eine mit Papier ausgekleidete zerlegbare Holzform hergestellt wurde.

Fig. 21 giebt die Anordnung des Versuches in $^1/_{20}$ der wirklichen Grösse. Das gleichschenklige Dreieck ABC ist die Grundfläche des Prismas; die Seite AB ist 70 cm lang,

die Winkel A und B betragen je 27° und die Höhe CD des Dreiecks ist demnach = zirka 13,83 cm. Das Prisma selbst ist 27 cm hoch.

Das Strahlenbündel, welches von dem parabolischen Spiegel des Oszillators (Typus II) auf das Prisma fällt, wird in diesem gebrochen und teilt sich in die beiden Bündel FCBE und GACH, deren gemeinsames Gebiet ICLM offenbar rhombischen Querschnitt hat. Die halben Diagonalen NL und NC des Rhombus finden sich, wenn der Brechungs-

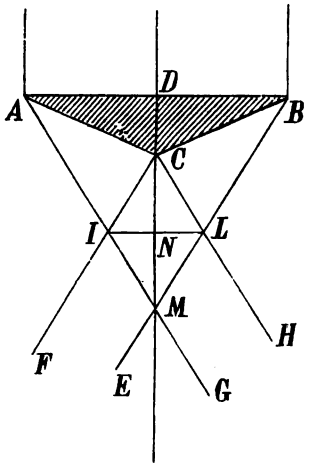


Fig. 21.

exponent n des Prismas für Strahlen von 10,6 cm Wellenlänge = 1,87 angenommen wird, bezw. = zirka 12,1 und 20,1 cm.

Um die Interferenzstreifen sichtbar zu machen, verschiebt man den Resonator (ohne parabolischen Reflektor) längs der etwa 12 cm von C entfernten Linie IL. Der theoretischen Voraussetzung gemäss wird in N ein Maximum der Wirkung beobachtet; in einer gewissen Entfernung von N nach beiden Seiten zeigt der Resonator keine Funken, in noch grösserer Entfernung erscheint auf jeder Seite ein neues Maximum.

Bedeckt man, während der Resonator sich in der Minimumstellung befindet und mithin keine Funken giebt, zeitweilig die Hälfte AD oder BD der Vorderfläche des Prismas mit einer Metallplatte, so erscheinen die Funken wieder, so lange eines der interferierenden Strahlenbündel durch die Platte abgeschnitten ist. Wie mir alle, denen ich diesen Versuch gezeigt habe, bestätigten, ist derselbe ungemein überzeugend.

Zweites Kapitel.

Interferenzen mit dünnen Platten.

27. Frühere Versuche. — Analoga zu den optischen Erscheinungen an dünnen Plättchen waren mit den elektrischen Schwingungen bisher noch nicht in deutlicher und bestimmter Weise erhalten worden. Nur Trouton[1]) hatte beobachtet, dass eine 2 cm dicke Paraffinplatte die elektrischen Strahlen, deren Wellenlänge 66 cm betrug, nicht merklich reflektierte, während eine 13 cm dicke Platte aus dem gleichen Material eine kräftige Reflexion ausübte. Nach Trouton's Erklärung hatten die an der Hinterfläche der dickeren Platte reflektierten Strahlen unter Annahme eines Brechungsexponenten = 1,51 für das Paraffin bei einem Einfallswinkel von 55 ^{0} eine Verzögerung von einer halben Periode gegen die an der Vorderfläche reflektierten Strahlen erlitten; dazu kam aber noch die gleiche, mit einer der beiden Reflexionen an sich verbundene Verzögerung, so dass schliesslich für beide Strahlenbündel übereinstimmende Phasen resultierten. Bei der Platte von 2 cm Dicke dagegen musste eine partielle Interferenz stattfinden und die Folge war dann eine Erscheinung nach Art des dunklen Flecks im Zentrum der Newton'schen Ringe.

Freilich hätte nach diesen Annahmen eine Platte von 26 cm Dicke die betreffenden Strahlen nicht merklich reflektieren sollen; indessen ergab die Beobachtung, dass eine Reflexion stattfand.

Trouton dachte daher, dass der Wert 1,51 des Brechungsexponenten des Paraffins, als welchen er einfach die Quadratwurzel aus dem für die Dielektrizitätskonstante dieser Sub-

[1]) Nature 40, p. 398. 1889.

stanz angenommenen Werte gesetzt hatte, unrichtig sei und suchte denselben direkt zu bestimmen. Er fand auch in der That eine andere Zahl, nämlich 1,8; aber Paraffinplatten, deren Dicke auf Grund dieser Zahl berechnet war, gaben auch nicht die erwarteten Wirkungen.

Soweit mir bekannt, sind bis jetzt von anderer Seite mit Hertz'schen Schwingungen die Erscheinungen an dünnen Platten nicht erhalten worden. Mit meinen Apparaten sind solche Erscheinungen sehr gut zu verwirklichen; und es bestätigt sich auch in diesem Falle die vollkommenste Analogie zwischen den optischen und den durch elektromagnetische Wellen hervorgerufenen Erscheinungen.

28. Dicke der angewendeten Platten. — Ich habe Paraffin- und Schwefelplatten hergestellt, deren Dicke so gewählt wurde, dass sie bei einem Einfallswinkel von 45^0 einen Gangunterschied von einer halben oder einer ganzen Wellenlänge zwischen den an den beiden Flächen reflektierten Strahlen hervorbrachten. Zur Berechnung dieses Gangunterschiedes dient die Formel

$$\Delta = 2a \sqrt{n^2 - \sin^2 i},$$

in welcher a die Dicke der Platte, n ihren Brechungsexponenten, und i den Einfallswinkel (im vorliegenden Falle $= 45^0$) bezeichnet.

Zu diesen Versuchen benützte ich die Apparate vom Typus II mit der Wellenlänge $\lambda = 10{,}6$ cm; der Brechungsexponent des Paraffins und des Schwefels für diese Wellen wurde nach direkter Bestimmung (vgl. § 24 und § 45) $= 1{,}43$ bezw. $= 1{,}87$ angenommen und danach die für $\Delta = 5{,}3$ cm resp. 10,6 cm erforderlichen Plattendicken berechnet.

Die zur Hervorbringung eines Gangunterschiedes von einer halben Wellenlänge erforderliche Plattendicke ergab sich für das Paraffin etwa $= 2{,}1$ cm und für den Schwefel $= 1{,}5$ cm. Für einen Gangunterschied von einer ganzen Wellenlänge war natürlich die doppelte Plattendicke, also etwa 4,2 cm beim Paraffin und 3 cm beim Schwefel erforderlich. Im Folgenden werden diese vier rechteckigen Platten,

deren Länge 50 und deren Breite 25 cm betrug, mit P_1, S_1, P_2 und S_2 bezeichnet werden.

Der Gangunterschied zwischen einem von einer Platte direkt durchgelassenen Strahl und einem anderen, der dieselbe erst nach zweimaliger innerer Reflexion wieder verlassen hat, beträgt ebenfalls Δ. Nun ist die Reflexion eines Lichtstrahles bekanntlich von einem Zeichenwechsel begleitet, wenn sie an der Oberfläche eines Mediums stattfindet, welches stärker lichtbrechend ist als dasjenige Medium, in welchem der Strahl bis zur Grenzfläche gelangt; und dieser Zeichenwechsel hat zur Folge, dass das Maximum des reflektierten mit dem Minimum des durchgelassenen Strahles und das Minimum des ersteren mit dem Maximum des letzteren zusammentrifft. Ebenso müssen die Platten P_1 und S_1 Maxima der reflektierten und Minima der durchgelassenen Wellen, P_2 und S_2 dagegen keine reflektierten und Maxima der durchgelassenen Wellen ergeben. Die folgenden Versuche bestätigten diese Schlüsse vollständig.

29. Interferenzversuche mit dünnen Platten. — Für diese Versuche, wie auch für diejenigen über Reflexion und Brechung, von welchen weiter die Rede sein wird, benutzt man am besten das Stativ, welches in Fig. 3 zwischen dem Oszillator und dem Resonator zu sehen ist. Dasselbe besteht aus einer Holztafel PQ, welche durch eine Schraube auf der Bank MN festgehalten wird und welche auf drei Säulen eine runde Holzscheibe R und auf dieser eine zweite Scheibe S trägt, die um die gemeinsame Axe der beiden Scheiben drehbar ist. Diese Scheibe S bildet den Tisch, auf welchen man den Versuchskörper stellt; sie ist am Umfange mit einer Teilung versehen und gestattet dadurch, den Versuchskörper (in unserem Falle eine der Paraffin- oder Schwefelplatten) unter einem bestimmten Winkel gegen die vom Oszillator ausgehenden Strahlen zu neigen. Ein langer Arm TU endlich trägt den Resonator und kann um eine vertikale Axe, welche in der Verlängerung derjenigen von S liegt, von einer zur Richtung der ankommenden Strahlen

parallelen bis in eine dazu senkrechte Lage gedreht werden. Seine Lage wird an einer von 0 bis 90° gehenden Gradteilung auf der Tafel PQ abgelesen.

Bei den nunmehr zu beschreibenden Versuchen wird der Arm TU in die dem Nullpunkt der Teilung entsprechende Lage gebracht, wenn die von der Paraffin- oder Schwefelplatte durchgelassenen Strahlen untersucht werden sollen, und in die dazu senkrechte Lage, wenn die reflektierten Strahlen den Gegenstand der Untersuchung bilden. Die Paraffin- oder Schwefelplatte steht senkrecht und mit ihrer grossen Seite auf dem Tisch S und ihre Fläche bildet einen Winkel von 45° mit den einfallenden Strahlen.

a) *Dünne Platten; reflektierte Strahlen.* — Die von den Platten P_1 und S_1 reflektierte Strahlung ist sehr intensiv, dagegen geben die Platten P_2 und S_2 selbst bei Anwendung eines sehr empfindlichen Resonators nur schwache Funken. Viel dünnere Paraffin- und Schwefelplatten als P_1 und S_1 reflektieren die Strahlen so gut wie gar nicht, ihr Verhalten entspricht also der optischen Erscheinung des dunklen Flecks. Ich habe indessen gefunden, dass eine 6 – 7 mm dicke Spiegelglasscheibe sehr erhebliche Reflexion bewirkt, was gewiss wenigstens zum Teil durch den hohen Brechungsexponenten und den starken Absorptionskoeffizienten dieses Glases für die elektromagnetischen Wellen (vgl. § 37) bedingt ist.

Stellt man endlich, während eine der Platten P_2 und S_2 sich auf dem Tische S befindet, unmittelbar hinter dieselbe eine von den Platten P_1 und S_1, so ist die Gesamtwirkung dieselbe wie diejenige einer einzigen Platte, deren Dicke gleich der Summe der Dicken beider Platten ist. Eine derartige Platte — von 6,3 cm Dicke, wenn sie aus Paraffin, und von 4,5 cm Dicke, wenn sie aus Schwefel besteht — reflektiert die Strahlen in reichlichem Maasse, ähnlich wie P_1 oder S_1 allein. Die Dicke von $P_1 + P_2$ oder von $S_1 + S_2$ ist derart, dass die Verzögerung des an der Hinterfläche reflektierten Strahles gegen den an der Vorderfläche reflektierten anderthalb Wellenlängen beträgt. Man sieht also, wenn man noch den Zeichenwechsel bei der ersten

Reflexion berücksichtigt, dass die beiden Strahlen übereinstimmende Phasen haben.

Dieser Versuch bietet folgende interessante Einzelheit dar. Bringt man, während z. B. die Platte S_2 auf dem Tische S steht, die Platte S_1 hinter dieselbe und nähert sie der ersteren, so erscheinen die Funken im Resonator schon lange bevor die beiden Platten einander berühren, und ihre Intensität wächst mit abnehmender Entfernung zwischen den Platten. Wenn diese einander nahe genug sind, verhalten sie sich also wie wenn sie nur eine einzige kontinuierliche Platte bildeten.

Einer analogen Beobachtung werden wir später (§ 47) bei Gelegenheit der Versuche mit den totalreflektierenden Prismen begegnen.

b) *Dünne Platten*; *durchgelassene Strahlen.* — Auch die Untersuchung der von dünnen Platten durchgelassenen Strahlen mittels des Resonators bestätigt den Parallelismus mit der entsprechenden optischen Erscheinung. Man erhält nämlich mit den Platten P_1 und S_1 viel schwächere Funken im Resonator, als mit den Platten P_2 und S_2. Die Bestimmung der Strahlungsintensität nach der Methode b) des § 9 — Messung des Winkels, den Resonator und Oszillator mit einander bilden müssen, damit eben die Funken in ersterem verschwinden — liefert sogar angenähert das gleiche Ergebnis, mag sich nun zwischen dem Oszillator und dem Resonator gar keine Platte oder eine der Platten P_2 und S_2 befinden. Befindet sich dagegen eine der Platten P_1 und S_1 zwischen dem Oszillator und dem Resonator, so erreichen die Strahlen den letzteren mit erheblich geringerer Intensität, als es ohne Platte der Fall gewesen; besonders gilt dies von der Platte S_1.

Bei dem anologen optischen Vorgang wird die Schwingungsamplitude der durchgelassenen Strahlung durch eine Platte vom Brechungsexponenten n, deren Dicke eine solche ist, dass sie eine Verzögerung von einer halben Wellenlänge bewirkt, im Verhlätnis von 1 zu $\frac{2n}{1 + n^2}$ vermindert. Das Paraffin

würde sonach die Amplitude im Verhältnis von 1 auf 0,94, der Schwefel dieselbe von 1 auf 0,83 reduzieren. Diese Zahlen stimmen mit den direkt beobachteten in befriedigender Weise überein. Um nämlich die Funken im Resonator zum Verschwinden zu bringen, musste der letztere um 40^0 um seine Axe gedreht werden, wenn sich keine Platte zwischen ihm und dem Oszillator befand, dagegen nur um 27^0, wenn die Strahlen die Platte S_1 passiert hatten. Das Verhältnis der Amplituden in beiden Fällen ist danach $= \cos 40^0/\cos 27^0$, oder $= 0{,}85$, also nur wenig verschieden von der aus der obigen Formel berechneten Zahl.

c) *Dünne Platten zwischen verschiedenen Mitteln.* — Wenn eine dünne Platte sich zwischen zwei transparenten Mitteln befindet, von welchen das eine einen kleineren, das andere einen grösseren Brechungsexponenten besitzt als die Platte, so ist bekanntlich die optische Erscheinung die umgekehrte wie gewöhnlich. Im reflektierten Lichte z. B. beobachtet man Ringe mit hellem anstatt mit dunklem Zentrum. Eine Paraffinplatte zwischen Luft und Schwefel muss danach ebenfalls die entgegengesetzten Erscheinungen aufweisen, wie wenn sie auf beiden Seiten an Luft grenzt; und dies zeigt die Beobachtung in der That.

Bringt man nämlich, während der Resonator die von der Platte P_1 reflektierten Strahlen empfängt, hinter dieselbe eine Schwefelplatte, so verlieren die Funken bedeutend von ihrer früheren Intensität oder verschwinden vollständig.

Nimmt man dagegen die Platte P_2 und bringt, nachdem man konstatiert hat, dass sie für sich allein die Strahlen sehr schwach oder gar nicht reflektiert, hinter dieselbe eine Schwefelplatte, so kommen alsbald im Resonator sehr lebhafte Funken zum Vorschein.

Mit diesen dünnen Platten lassen sich noch andere Versuche anstellen, die stets der optischen Analogie gemäss verlaufen; die hier beschriebenen Versuche dürften indessen für unseren Zweck genügen.

Drittes Kapitel.

Beugungserscheinungen.

30. Allgemeine Anordnung der Versuche. — Es ist mir gelungen, sowohl mit den Apparaten vom Typus II ($\lambda = 10{,}6$ cm), als auch mit denjenigen vom Typus III ($\lambda = 20$ cm) die hauptsächlichsten Beugungserscheinungen mittels elektrischer Wellen zu reproduzieren. Meine Beschreibung wird sich indessen auf die Versuche mit den kleineren Apparaten beschränken.

Die elementare Erklärung der Beugungserscheinungen auf Grund der sogenannten Graduierung der Wellen — das heisst ihrer Zerlegung in Elementarzonen — ist bekannt. Eine solche Zerlegung suchte ich nun bei meinen Versuchen vorzunehmen, um die einzelnen Elemente je nach den Bedingungen des Versuches verschiedenen Einwirkungen unterwerfen zu können. Die Gestalt des Oszillators und des Resonators legt natürlich die Betrachtung einer zylindrischen Welle nahe, eines Falles also, welcher gleichzeitig zu den einfachsten gehört. Ich begann deshalb damit, den Querschnitt einer zylindrischen Welle durch eine Zeichnung darzustellen und auf diese brachte ich dann die bei den verschiedenen Versuchen erforderlichen Schirme. Fig. 22 giebt diese Zeichnung in 1/20 der Grösse des Originals wieder.

Auf einem grossen Bogen Papier, der auf einem Tische ausgespannt war, bezeichnete ich in 140 cm Entfernung von einander zwei Punkte O und R und beschrieb um den ersteren als Mittelpunkt einen Kreisbogen FAF' mit 75 cm Radius. Auf diesem Kreisbogen wurden rechts und links von A die

Punkte B, C, D . . ., resp. B', C', D' . . . so gewählt, dass ihre Entfernung von R die Strecke AR successive um 1, 2, 3 . . . halbe Wellenlängen übertraf.

Etwa einen halben Meter senkrecht über O befindet sich der Oszillator, in der gleichen Höhe über R der Resonator. Die Zylinderfläche, deren Projektion der Bogen FF' bildet, repräsentiert demnach einen Teil einer vom Oszillator ausgesandten Welle, die wir in ihrem wirksamen Teile als zylin-

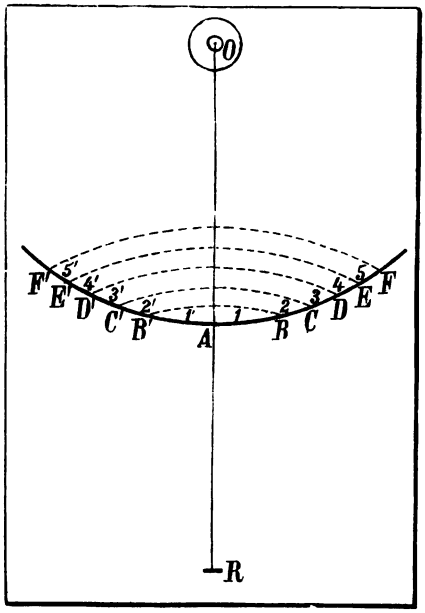


Fig. 22.

drisch betrachten dürfen; als Elemente dieser Welle haben wir die vertikalen Streifen der Zylinderfläche, welche von den in B, C, D . . . B', C', D' . . . projizierten Mantellinien begrenzt sind. Der Einfachheit halber werde ich diese Elemente von A beginnend der Reihe nach mit den Zahlen 1, 2, 3 . . . bezeichnen und die Elemente links von A von denjenigen rechts von A durch das Zeichen ' unterscheiden.

Für die Versuche sind ferner eine Anzahl rechteckiger, vertikal auf geeigneten Füssen montierter Schirme aus Zink-

blech erforderlich, deren Höhe etwa einen Meter beträgt und deren Breite genau derjenigen der verschiedenen Elemente der Welle entspricht. Stellt man alle diese Streifen auf die Projektionen der zugehörigen Elemente, so bilden sie also zusammen eine Zylinderfläche, welche längs der in B, C, D u. s. w. projizierten Mantellinien in vertikale Streifen eingeteilt ist und eine Art materieller Verwirklichung der Wellenfläche FF′ repräsentiert.

Sowohl der Oszillator wie der Resonator können ohne den gewöhnlichen parabolischen Reflektor zur Verwendung gelangen. Zweckmässig ist es jedoch, um die Empfindlichkeit des Resonators zu erhöhen, hinter demselben einen sehr schmalen Reflektor oder einen einfachen Streifen Kupferblech anzubringen. (Vgl. § 10). Auch bedarf man immer eines Resonators von möglichst grosser Empfindlichkeit und ist es deshalb ratsam, denselben häufig zu wechseln.

Bei sämtlichen in diesem Kapitel zu beschreibenden Versuchen befand sich — wie hier ein für alle Male bemerkt sei — die Axe des Oszillators in vertikaler Stellung. Durch horizontale Anordnung des Oszillators (und dann auch des Resonators) wird das Ergebnis der Versuche nicht in bemerkenswerter Weise verändert.

31. Versuch mit dem Fresnel'schen Schirm. — Die geometrische Darstellung der Beugungserscheinungen enthält den Beweis, dass die Elemente 2, 4 . . . und 2′, 4′ . . . der Welle nach R Elementarwellen senden, welche mit den von den Elementen 1, 3 . . . und 1′, 3′, . . . ausgesandten Elementarwellen interferieren. Fresnel und später Billet [1]) haben einen undurchsichtigen Schirm konstruiert, der zwischen der Lichtquelle und dem Punkte R, in welchem die Lichtwirkung beobachtet werden sollte, in der Weise aufgestellt werden konnte, dass er die Elemente von gerader Ordnungszahl 2, 2′ . . . verdeckte; die Lichtintensität im Punkte R wurde dadurch in der erwarteten Weise gesteigert.

---

[1]) Traité d'Optique physique, t. 1, p. 104.

Der analoge Versuch mit den elektromagnetischen Wellen gelingt vollkommen.

Man beobachtet zunächst die Funken in dem in R befindlichen Resonator und bestimmt, um die Intensität der Schwingungen in demselben zu ermitteln, gemäss § 9 Absatz b die Drehung des Resonators, welche die Funken in ihm zum Verschwinden bringt. Darauf stellt man auf die Elemente 2 und 2′ die zugehörigen Metallschirme. Alsbald erfolgt eine beträchtliche Steigerung des Effekts in R, und es bedarf einer grösseren Drehung des Resonators, um die Funken abermals zum Verschwinden zu bringen.

Stellt man auch vor die Elemente 4 und 4′ die zugehörigen Schirme, so findet abermals eine deutliche Zunahme des Effekts in R statt.

Schirme vor den Elementen 6 und 6′ bringen dagegen bei den hier vorhandenen Entfernungen keine merkliche Wirkung mehr hervor.

32. Beugung durch einen Spalt. — Die optische Erscheinung der Beugung durch einen engen Spalt fällt bekanntlich verschieden aus, je nachdem der Spalt eine ungerade oder eine gerade Anzahl von Elementen der Wellenfläche freilässt; in der Mitte des Schirmes, auf welchem die Erscheinung beobachtet wird, befindet sich im ersteren Falle ein Maximum, im zweiten ein Minimum der Lichtintensität; daran schliessen sich zu beiden Seiten im ersteren Falle Minima, im letzteren Maxima, denen wiederum Maxima, resp. Minima der Lichtintensität folgen können.

Nun lasse man die drei ersten Elemente der Welle zu beiden Seiten des Poles frei und verdecke die übrigen, also 4, 5, 6, 4′, 5′, 6′ u. s. w. mit ihren Schirmen. Der Effekt in R wird dadurch verstärkt. Verschiebt man den Resonator seitwärts in gleichbleibender Entfernung vom Oszillator, also auf einem Kreisbogen mit dem Zentrum O, so findet man auf beiden Seiten eine Stelle, an welcher im Resonator nur sehr schwache Funken erscheinen. Bei weiterer Verschiebung des Resonators jedoch wächst die Intensität der Funken wieder

bis zu einem sehr scharf ausgeprägten Maximum; die Funken sind hier sogar intensiver als an der Stelle R.

Man hat also ein Maximum in R und zu beiden Seiten desselben Minima, denen wiederum Maxima folgen; die Existenz der Beugungsstreifen ist damit konstatiert.

Die Minima liegen sehr angenähert an der von der Theorie geforderten Stelle, das heisst es befinden sich auf der einen Seite des zum Minimum gehörigen Poles nur zwei und auf der anderen Seite ungefähr vier freie Elemente der Welle. Man kann sogar, ohne den Resonator zu verschieben, ziemlich dasselbe Minimum erhalten, wenn man die Elemente 3, 4, 5 . . . und 5', 6' . . . durch ihre Schirme verdeckt. Strenge genommen ist allerdings die Breite des beugenden Spaltes in diesem Falle nicht die gleiche wie bei Aufsuchung der Minima durch Verschiebung des Resonators.

Ähnliches gilt mit Bezug auf die zweiten Maxima; ihr Ort ist derart, dass auf der einen Seite des zugehörigen Poles nur etwa ein Element und auf der anderen Seite ungefähr fünf Elemente frei bleiben.

Auch diesen Fall kann man ohne Verschiebung des Resonators beinahe ebenso erhalten, indem man die Elemente 2, 3, 4, 5 . . . und 6', 7', ... mit ihren Schirmen verdeckt.

Bei der bisher benützten Anordnung erscheint in der Mitte des Beugungsbildes ein Maximum. Um statt dessen ein Minimum zu erhalten, welches dem Schatten in der Mitte des optischen Beugungsbildes eines schmalen Spaltes entspricht, muss der Spalt von C bis C' oder von E bis E' u. s. w. reichen.

In der That verschwinden die Funken in R, wenn man die Elemente 3, 4, 5 . . und 3', 4', 5' . . . mit ihren Schirmen verdeckt, dagegen werden die Funken wieder lebhaft, wenn man den Resonator genügend weit nach rechts oder links verschiebt. Auch weicht die beobachtete Lage der Maxima nicht merklich von der theoretisch geforderten ab. Die mit dem Spalt CC' erhaltene Erscheinung bietet also wirklich ein Analogon zu den Beugungsstreifen mit schwarzer Mitte.

Reicht der Spalt nur von B bis B', so sind keine Maxima und Minima mehr vorhanden. Dasselbe findet bekanntlich auch bei dem Lichte statt, wenn der Spalt nur eine überaus geringe Breite hat. Die Intensität in R ist dann, wie es die Theorie verlangt, grösser als bei gänzlichem Fehlen des Schirmes.

33. Beugung durch den Rand eines undurchlässigen Körpers. Andere Beugungserscheinungen. — Man verdecke den ganzen Bogen AF mit seinen Schirmen, oder stelle vor denselben einen grossen Metallschirm, der sich weit nach rechts erstreckt und links durch die Vertikale von A begrenzt ist. Die Intensität der Strahlung in R ist dadurch sehr vermindert. Verschiebt man aber den Resonator nach links, so beobachtet man in einiger Entfernung von A ein deutliches Maximum. Der Ort desselben liegt derart, dass eine Zoneneinteilung der Welle mit Bezug auf ihn zur Rechten des neuen Poles nur ein freies Element ergiebt.

Die Wirkung, welche die aufeinanderfolgenden Elemente 1, 2, 3 . . . der Welle in R hervorbringen, nimmt aus den bekannten verschiedenen Ursachen so rasch ab, dass gewisse andere Beugungserscheinungen nicht leicht zu realisieren sind. Zu diesen gehören z. B. die Beugungserscheinungen im Schatten eines undurchlässigen Streifens.

Der folgende Versuch verdient eine Beschreibung, nicht etwa wegen einer Ähnlichkeit mit bekannten optischen Versuchen — sein optisches Analogon würde vielmehr gar nicht leicht zu verwirklichen sein — sondern weil er zur Aufklärung gewisser Erscheinungen dient, von welchen später die Rede sein wird.

Man lasse den Resonator fest in R und bringe einen der Zinkschirme, z. B. den Schirm, dessen Breite derjenigen des Elementes 5 entspricht, nach einander an verschiedene Teile der Welle. Der Fuss des Schirmes wird zu diesem Zwecke auf einem Lineal befestigt, welches um eine in O angebrachte Axe drehbar ist. Es ist klar, dass dieser bewegliche Schirm, je nachdem er sich vor einem Element mit ungerader Ordnungszahl 1, 3, 5 . . . oder mit gerader Ordnungszahl 2, 4 . . . befindet, den Effekt in R vermindern oder steigern wird.

Die Beobachtung bestätigt dies. Verschiebt man den Schirm langsam von A in der Richtung nach F, so sieht man die Funken im Resonator bald abnehmen, oder ganz verschwinden, bald wieder intensiver werden — intensiver sogar, als sie ohne Schirm gewesen — und zwar tritt diese Intensitätszunahme ein, wenn der Schirm sich gerade vor einem der Elemente 2, 4 . . . befindet.

Schliesslich bemerke ich noch, dass sich auch mit ebenen Wellen Beugungsversuche anstellen lassen und dass dieselben vollkommen analog den entsprechenden optischen Versuchen verlaufen. Man braucht zu diesem Behufe nur den Oszillator mit einem grossen parabolischen Reflektor auszustatten und die erforderlichen Metallschirme in einer, zur Fortpflanzungsrichtung der von dem Reflektor ausgehenden Wellen senkrechten Ebene aufzustellen.

Bei den folgenden Versuchen habe ich eben diese Anordnung vorgezogen.

34. Erscheinungen, welche durch dielektrische Massen hervorgebracht werden. — In den Paragraphen 17, 18, 19 und 20 sind einige Erscheinungen beschrieben, welche von den sekundären Wellen herrühren, die von dielektrischen Massen erzeugt werden, wenn dieselben sich auf der Bahn der von einem Oszillator ausgesandten Wellen befinden. Die Wirkung des Dielektrikums wurde mittels eines Resonators konstatiert, der so aufgestellt war, dass er keine direkte Einwirkung seitens des Oszillators erfuhr. Stellt man dagegen den Resonator derart auf, dass auch die primären Wellen auf ihn einwirken können, so entstehen besondere Erscheinungen, von welchen wir uns durch ganz ähnliche Überlegungen, wie sie auch zur Erklärung der Beugungserscheinungen benutzt wurden, Rechenschaft geben können. Aus diesem Grunde erscheint es angezeigt, gerade an dieser Stelle die Erscheinungen zu behandeln, welche von dielektrischen Massen hervorgerufen werden, wenn man ihre Wirkung in einem zum Oszillator parallelen Resonator beobachtet.

Bringt man zwischen den Resonator und den Oszillator,

die einander parallel gegenüberstehen, eine dielektrische Masse von nicht zu grossen Dimensionen, so beobachtet man die folgenden Erscheinungen.

Ist das Dielektrikum ein Paraffinblock und befindet sich in gerader Linie zwischen Oszillator und Resonator, so konstatiert man sofort in dem letzteren ein merkliches, manchmal sogar ein bedeutendes Anwachsen der Funken, welches bei Entfernung des Dielektrikums wieder aufhört. Aehnlich verhalten sich Ebonit, sowie Olivenöl und Benzin in Behältern aus Holz, Ebonit oder dünnem Glas. Schellack und Kolophonium dagegen brachten nur eine unsichere Wirkung hervor.

Verschiebt man das Dielektrikum seitwärts von der Axe des Strahlenbündels weg, so erreicht man bald eine Stelle, an welcher dasselbe eine offenbare Abnahme der Funken im Resonator bewirkt. Geht man mit dem Dielektrikum noch weiter seitwärts, so lässt sich wiederum eine Zunahme der Wirkung im Resonator wahrnehmen. Diese letztere Erscheinung erhält man mit sämtlichen vorhin genannten Dielektricis, auch mit Schellack und Kolophonium.

Ganz verschieden hiervon verhalten sich andere Dielektrika. Spiegelglas z. B. bewirkt eine bedeutende Abnahme der Funken im Resonator, wenn es sich in gerader Linie zwischen den beiden Apparaten befindet, eine Zunahme dagegen, wenn es um einen gewissen Betrag seitwärts verschoben wird. Das gleiche Resultat giebt Alkohol in einem Behälter aus dünnem Glas oder Ebonit.

Am bequemsten disponiert man den Versuch folgendermassen.

In O (Fig. 23) befindet sich der Oszillator (Typus II) mit seinem parabolischen Reflektor; 1 oder 2 Meter von demselben entfernt steht der Resonator R, der mit einem Streifen Kupferblech oder einem sehr schmalen Reflektor (vgl. § 10) ausgestattet ist. Zwischen O und R bringt man den Zylinder C′ aus dem zu untersuchenden Dielektrikum. Im allgemeinen waren diese Zylinder 4 cm dick und etwa 30 cm lang.

Der Fuss des Stativs, auf welchem der Zylinder befestigt ist, lässt sich zwischen zwei Führungen senkrecht zur

Richtung OR verschieben. Eine der Führungen trägt eine in Millimeter geteilte Skala, mittels deren der Abstand CC' der Axe des Zylinders von der Geraden OR gemessen wird. Auch CR wird gemessen und daraus C' R berechnet.

Eine andere Art des Versuches ist die folgende.

Die Anordnung der Apparate ist dieselbe wie bei den Beugungsversuchen (Fig. 22); den dielektrischen Zylinder bringt man an verschiedene Punkte des Bogens FF', indem man ihn auf dem um O drehbaren Lineal befestigt, welches auch bei dem letzten Versuche des § 33 benutzt worden war. Auch auf diese Weise ist die Entfernung zwischen dem Zylinder und dem Resonator leicht zu bestimmen. In Wirklichkeit ist sogar die Versuchsanordnung in Fig. 23 nur ein

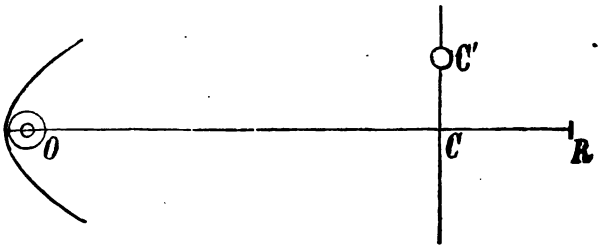


Fig. 23.

besonderer Fall der in Fig. 22 dargestellten, da ja die von dem Reflektor des Oszillators O ausgehenden Wellen als eben angesehen werden dürfen und die Ebene CC' der Fig. 23 mithin als eine dieser Wellenflächen gelten kann.

a) Beginnen wir mit dem Falle, dass die Verschiebung des Zylinders von C gegen C' eine Abnahme der Funken bis zu einem Minimum bewirkt, wie dies bei Paraffin, Ebonit u s w. stattfindet. Nachdem dieses Minimum erreicht war, wurde die Entfernung CC' gemessen und daraus C' R berechnet. Es fand sich, dass die Differenz C'R — CR zwischen den Entfernungen des Punktes R von C und C' immer sehr nahe $= 2{,}65$ cm, d. h. $= \lambda/4$ war, auch wenn die Grösse CR innerhalb weiter Grenzen verändert wurde. Es kann also

als erwiesen gelten, dass, wenn die Funken in R am schwächsten sind, die Beziehung

$$C'R - CR = \lambda/4$$

statt hat.

Vergrössert man den Abstand des Zylinders von der Geraden OR immer mehr, so findet man in einer neuen Lage ein Maximum der Funken in R. Die Messungen ergeben für diese Lage mit grosser Annäherung

$$C'R - CR = 3\lambda/4.$$

b) Wenn bei Entfernung des Zylinders von R die Funken im Resonator an Stärke zunehmen — wie dies beim Spiegelglas der Fall ist — so gilt für die Lage C' des Zylinders, in welcher die Funken in R ein Maximum erreichen, sehr angenähert die Beziehung

$$C'R - CR = \lambda/2.$$

Wenn dagegen $C'R - CR$ ungefähr $= \lambda$ ist, so sind die Funken im Resonator wieder sehr schwach.

c) Eine umgekehrte Anordnung wie a) ist die folgende. Zwei grosse Paraffinplatten von etwa 4 cm Dicke sind mit einem Luftintervall von 4 bis 6 cm vertikal und in derselben Ebene aufgestellt. Das System der beiden Platten lässt sich längs CC' (Fig. 23) verschieben oder es ist, nach der Versuchsanordnung von Fig. 22, auf der um O drehbaren Leiste derart befestigt, dass die Ebene der Platten die zylindrische Wellenfläche tangiert. Auf die eine wie die andere Art kann das Intervall zwischen den beiden Platten sich in gerader Linie zwischen O und R befinden oder auf der Welle eine seitliche Stellung einehmen.

Bringt man nun das Intervall zwischen den beiden Platten zuerst in gerade Linie zwischen O und R, und verschiebt man dann die Platten seitwärts, so nimmt die Intensität der Funken in R zu.

Zur Vornahme von Messungen eignet sich indessen dieser Versuch nicht, denn die glänzenden Funken erscheinen zwar dann, wenn die Entfernung zwischen dem Resonator und dem Luftintervall ungefähr um $\lambda/4$ zugenommen hat, aber sie bleiben auch ziemlich unverändert, bis diese Zu-

nahme etwa $\lambda/2$ beträgt; nachher erst verlieren sie ein wenig an Glanz. Wenn nicht die Intensität der Funken so langsam mit dem Ort des Luftintervalls variierte, so könnte man sagen, die Erscheinung c) sei das Umgekehrte derjenigen des Falles a).

d) Die Paraffinplatten des unter c) beschriebenen Versuches werden durch Spiegelglasplatten ersetzt. Da ich die letzteren nicht in der erforderlichen Dicke zur Verfügung hatte, so stellte ich jede der beiden Platten aus vier übereinandergelegten Glasscheiben von etwa 3 cm Gesamtdicke zusammen. Das Ergebnis der Beobachtung war aber nicht, wie man hätte erwarten sollen, das umgekehrte wie im Falle b), sondern beinahe identisch mit demjenigen im Falle c). Wenn nämlich das Intervall zwischen den Platten sich in gerader Linie mit O und R befand, so traten nur schwache Funken auf; dieselben wuchsen dagegen bei Entfernung der Platten von dieser Stelle und erreichten ein Maximum, wenn der Abstand zwischen dem Luftintervall und dem Resonator um etwa $\lambda/2$ gestiegen war; bei weiterer Verschiebung der Platten nahmen dann die Funken sehr langsam wieder ab.

Diese Erscheinungen, und besonders die unter a) und b) beschriebenen, treten natürlich auch dann auf, wenn sie nicht gerade den Gegenstand der Beobachtung bilden; sie können deshalb leicht zu Irrtümern führen. Will man z. B. die Strahlen mittels einer Sammellinse aus Paraffin konzentrieren, und ist diese nicht gross genug, so bewirkt sie die unter a) beschriebene Erscheinung, das heisst ein Anwachsen der Funken, welches man mit Unrecht der Strahlenbrechung zuschreiben würde, und welches auf alle Fälle das Resultat, das die Linse ohne diesen Umstand geben würde, verändern muss.

35. Betrachtungen über die Versuche des vorigen Paragraphen. — Die geschilderten Erscheinungen haben ihren Ursprung in den vom Dielektrikum ausgesandten sekundären Wellen, und zwar in den verschiedenen Wirkungen, welche diese je nach dem Orte des Dielektrikums auf der

durch dasselbe gehenden Wellenfläche im Resonator hervorrufen. Da jene sekundären Wellen sich mit den primären vereinigen, so müssen bei der Bestimmung des resultierenden Effekts im Resonator die Phasen beider berücksichtigt werden.

Betrachten wir deshalb eine vom Oszillator ausgehende Welle, wenn sie das Dielektrikum erreicht hat, und bedienen wir uns des Huyghens'schen Prinzipes, um die Wirkung der verschiedenen Elemente, in welche man jene Welle zerlegt denken kann, auf den Resonator zu bestimmen. Für diejenigen Wellenelemente, welche durch das Dielektrikum verdeckt sind, muss man den Elementarwellen, welche bei Fehlen des Dielektrikums in Rechnung zu ziehen sein würden, die von demselben erzeugten Elementarwellen hinzufügen. Die Totalwirkung der Welle wird sonach gleich derjenigen, welche bei Fehlen des Dielektrikums eintreten würde, vermehrt um die Wirkung der von demselben erzeugten Sekundärwellen.

Zwischen diesen Sekundärwellen und den Wellen, welche bei Fehlen des Dielektrikums zum Resonator gelangen würden, besteht eine zweifache Phasendifferenz, nämlich: 1. eine Phasendifferenz π, welche der Natur der sekundären Wellen innewohnt, ganz wie wir bei den von einem Resonator ausgehenden Wellen gesehen haben (§ 13); 2. eine Phasenbeschleunigung $= \pi/2$, welche die vom Dielektrikum kommenden Wellen gegen die primäre Welle haben.

Aus folgendem Grunde nehmen wir das Vorhandensein dieser Beschleunigung an.

Jedes Volumelement des Dielektrikums kann als ein thätiger kleiner Oszillator betrachtet werden, und die von den sekundären Wellen des Dielektrikums ausgehende Wirkung resultiert eben aus der Zusammensetzung der von seinen Volumelementen herrührenden Einzelwirkungen. Die Phasen der Schwingungen, welche von jenen verschiedenen Elementen im Resonator wachgerufen werden, sind nun von einander verschieden, und zwar nicht allein wegen des ungleichen

Abstandes jener Elemente vom Resonator, sondern auch weil die elektrischen Schwingungen, welche in der Entfernung von einem kleinen Oszillator hervorgebracht werden, einem Gesetze unterliegen, welches ein anderes als dasjenige der erzeugenden Schwingungen, und je nach den Entfernungen verschieden ist (vgl. Beilage *A* § 1). Um die am Orte des Resonators vom Dielektrikum hervorgebrachte Wirkung zu berechnen, müsste man also zu den für einen kleinen Oszillator gültigen Formeln greifen.

Indessen lässt sich diese Komplikation vermeiden, wenn man einen andern Weg einschlägt und eine ähnliche Überlegung wie bei dem analogen Falle der Optik anstellt. Man macht also die Annahme, dass die von den verschiedenen Teilen der betrachteten Welle ausgehenden Elementarwellen eine Phasenbeschleunigung $= \pi/2$ besitzen; man weiss ja, dass bei Anwendung des Huyghens'schen Prinzipes auf die Lichtwellen zur Erklärung einer Beugungserscheinung diese Phasenbeschleunigung angenommen werden muss.

Dieses Verfahren findet seine Rechtfertigung in der Thatsache, dass Trouton[1]) nachgewiesen hat, man könne die Phasenbeschleunigung $\pi/2$ eben auf die Weise erklären, dass man die von Hertz für seinen Oszillator gegebenen Formeln zum Ausgangspunkt nimmt.

Man muss also annehmen, dass die sekundären Wellen gegen die primäre Welle verzögert sind und mit einer Phasendifferenz $\pi/2$ ankommen. Mit dieser Annahme erklären sich diejenigen Versuche des vorigen Paragraphen, bei welchen kein Spiegelglas gebraucht wird. Wo dieses angewendet wird, muss man einem bereits (§ 29) hervorgehobenen Umstande, nämlich der kräftigen Reflexion, welche dieser Körper bewirkt, Rechnung tragen. Die Versuche a), b) und c) des vorigen Paragraphen erklären sich dann so, wie im Folgenden gezeigt wird. Was den Versuch d) anbelangt, so erkennt man nur, dass derselbe zu den gemachten Annahmen nicht in direktem Widerspruche steht.

---

[1]) Phil. Mag. 29, p. 268. 1890.

Versuch a). Sei R (Fig. 24) der Resonator, AB eine Welle, welche denselben noch nicht erreicht hat, C der Pol derselben mit Bezug auf R. Die Welle kann als zylindrisch, wie in Fig. 22, oder als eben, wie im Falle der Fig. 23, angenommen werden. Wenn ein Dielektrikum, etwa ein Stab aus Paraffin, sich auf der Welle in C′ befindet, so setzt sich die Gesamtwirkung der Welle in R zusammen: 1) aus der Wirkung, welche bei Abwesenheit des Zylinders stattfinden würde, 2) aus der Zusatzwirkung, welche davon herrührt, dass in C′ sich Paraffin anstatt Luft befindet. Nimmt man die Amplitude der resultierenden Schwingung in R, wenn der Paraffinzylinder nicht vorhanden ist, zur Einheit und bezeichnet man mit a (< 1) die Amplitude der von dem dielek-

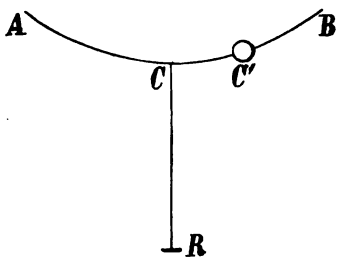


Fig. 24.

trischen Zylinder in R hervorgerufenen Schwingung, so beträgt die Totalintensität in R nach der Fresnel'schen Regel:

$$1 + a^2 + 2a \cos \varphi,$$

worin φ die Phasendifferenz zwischen der sekundären und der primären Welle bezeichnet.

Befindet sich der Zylinder in C, so wird $\varphi = \pi/2$, also $\cos \varphi = 0$ und der Ausdruck für die Intensität lautet $1 + a^2$. Befindet sich dagegen der Zylinder an einem Punkte C′, für welchen $C'R - CR = \lambda/4$ ist, so hat man $\varphi = \pi$, also $\cos \varphi = -1$ und die Intensität wird $= (1 - a)^2$. In Übereinstimmung mit dem Ergebnis des Versuches a) des vorigen Paragraphen ist also die Intensität im zweiten Falle geringer als im ersten.

Hat man endlich $C'R - CR = 3\lambda/4$, so ist $\cos \varphi = 1$ und die Intensität wird $= (1 + a)^2$, das heisst grösser als sie ge-

wesen war, nicht allein, wenn das Dielektrikum ganz und gar gefehlt, sondern auch, wenn dasselbe sich in C befunden hatte.

Versuch b). Um das Verhalten des Spiegelglases zu erklären, kann man annehmen, die Erscheinung, welche im Falle a) zu Stande kommt, existiere auch hier, sei aber durch die Schwächung verdeckt, welche die Strahlen von Seiten des Glases erfahren, und welche man in erster Linie der intensiven Reflexion, die das Glas ausübt, zuschreiben kann. Es sind also die Folgen der Intensitätsabnahme, welche die Strahlen durch das Glas erleiden, näher zu untersuchen.

Würde man bei den optischen Beugungsversuchen die Schirme durch Körper ersetzen, welche lediglich weniger durchlässig sind wie die Luft, aber den gleichen Brechungsexponenten besitzen wie diese, so würde dadurch nur die Intensität der Erscheinungen eine Änderung erleiden. Dieselben würden in der That nichts anderes sein als eine Übereinanderlagerung: 1. des gewöhnlichen Beugungsphänomens, welches mit einer Lichtintensität gleich der von den halbdurchlässigen Schirmen absorbierten erzeugt wäre, und 2. einer gleichförmigen Beleuchtung, die von einer Lichtintensität gleich der von den halbdurchlässigen Schirmen durchgelassenen herrührte. Ist jedoch der Brechungsexponent des absorbierenden Körpers grösser als derjenige der Luft, so muss man die durch jenen Körper bewirkte Verzögerung berücksichtigen und die Folge davon ist eine Verschiebung der Maxima und Minima; nur bleibt dieselbe sehr unbedeutend, wenn der absorbierende Körper eine sehr geringe Dicke besitzt und somit nur eine Verzögerung von einem kleinen Bruchteil einer Wellenlänge hervorruft. Ganz ebenso würde, wenn man bei den in den ersten Paragraphen dieses Kapitels beschriebenen elektrischen Beugungsversuchen die Metallschirme durch Glasplatten ersetzen wollte, die einzige hierdurch bewirkte Veränderung in einer minder starken Verschiedenheit der Minima und Maxima bestehen. Insbesondere wird dies bei dem letzten Versuche des § 33 der Fall sein. Verwendet man anstatt des beweglichen Zinkstreifens eine Glastafel oder einen Glasstab, deren Breite hinreicht, um

einen der Elementarstreifen AB, BC, CD u. s. w. der Fig. 22 zu verdecken, so erscheint in R ein Minimum, wenn die Tafel oder der Stab den Streifen AB oder CD verdeckt, und ein Maximum, wenn BC oder DE verdeckt ist.

Ist der Metall- oder Glasstreifen nicht breit genug, so lässt sich nicht voraussehen, vor welchen Teil von AB man ihn bringen muss, um die grösste Schwächung, und vor welchen Teil von BC, um die grösste Verstärkung der Funken in R hervorzurufen.

Wiederholt man aber den Versuch des § 33, indem man an die Stelle des Zinkstreifens ein metallenes Rohr bringt, dessen äusserer Durchmesser gleich demjenigen des Glaszylinders im Versuche b) ist, so zeigt sich, dass die Funken am meisten geschwächt werden, wenn das Rohr sich in A oder wenig darüber hinaus befindet, und dass sie am meisten verstärkt werden, wenn der Ort des Rohres in oder nahe bei B ist. Und gerade dies ist es auch, was man beim Versuch b) mit dem Glaszylinder beobachtet. Dieser Versuch b) bietet sonach eine Beugungserscheinung dar, bei welcher das Glas sich wie ein absorbierender Körper verhält.

Versuch c). In diesem Falle nimmt das Dielektrikum, z. B. Paraffin, die ganze Wellenfläche AB (Fig. 24) ein, bis auf einen gewissen vertikalen Zwischenraum, in welchem sich Luft befindet.

Es sei 1 die Amplitude der Schwingung in R für den Fall, dass das Luftintervall nicht existiert; ist dasselbe dagegen vorhanden, so muss man dem Umstande Rechnung tragen, dass in ihm keine Resonanzschwingungen zu Stande kommen. Nehmen wir an, dass diese in R eine Amplitude a erzeugen würden, so wird die Intensität in R durch

$$1 + a^2 - a \cos \varphi$$

gegeben sein, worin φ die Phasendifferenz zwischen den vom Luftintervall herrührenden Schwingungen in R und der resultierenden Schwingung der ganzen Welle bezeichnet.

Nachdem dies vorausgeschickt ist, wollen wir zunächst annehmen, das Luftintervall befinde sich in C.

Die Phasendifferenz φ wird dann $= \pi/2$ sein, also $\cos \varphi = 0$, und die Intensität in R beträgt

$$1 + a^2.$$

Befindet sich zweitens das Luftintervall in C' und ist $C'R - CR = \lambda/4$, so wird $\cos \varphi = -1$, und die Intensität in R ergiebt sich =

$$(1 + a)^2.$$

Das Maximum der Intensität findet also statt, wenn die Bedingung $C'R - CR = \lambda/4$ erfüllt ist. Wäre dagegen $C'R - CR = 3\lambda/4$, so würde $\cos \varphi = 1$ und die Intensität bekäme den Wert

$$(1 - a)^2.$$

Die Intensität würde also in diesem Falle ein Minimum sein, kleiner noch, als wenn das Luftintervall sich im Pole C der Welle befindet. Die hervorragendste Eigentümlichkeit des Versuches c) ist also erklärt; und wenn die Einzelheiten des Versuches der Erklärung nicht genauer entsprechen, so ist dies zum Teil der Verzögerung zuzuschreiben, welche die Strahlen beim Durchgang durch das Paraffin erleiden. Im Falle des Versuches c) betrug diese Verzögerung etwa den sechsten Teil einer Periode.

Versuch d). Beim Versuche d) endlich scheint die Resonanzwirkung im Glase vorzuherrschen. Der Versuch d) ist also mit c) identisch bis auf einen Umstand: das Funkenmaximum sollte eintreten, wenn das Luftintervall sich an einer Stelle C' (Fig. 24) befindet, für welche die Beziehung $C'R - CR = \lambda/4$ gilt und statt dessen tritt dieses Maximum ein, wenn $C'R - CR = \lambda/2$ ist. Vielleicht trägt dazu die Reflexion am Rande der Glasplatten, sowie die Verzögerung, welche die Wellen beim Passieren der Glasplatten erleiden, bei.

Der Versuch d) lässt sich demnach nicht vollständig erklären, wenigstens aber folgt aus demselben nichts, was mit der allgemeinen Erklärung in Widerspruch stände.

Möglicherweise wird diese, natürlich unvollständige und provisorische Erklärung der eigentümlichen Erscheinungen, wie sie im vorigen Paragraphen beschrieben wurden, Abänderungen erfahren; in ihren allgemeinen Umrissen jedoch

giebt sie, so scheint mir, von den beobachteten Thatsachen befriedigende Rechenschaft.

Was eine Analogie dieser Erscheinungen mit optischen Vorgängen anbelangt, so ist es klar, dass diese letzteren, da man Körper von ausserordentlich kleinen Dimensionen dazu benützen müsste, nicht leicht zu verwirklichen sind.

Viertes Kapitel.

Durchlässigkeit und Undurchlässigkeit.

36. Wirkungen einer dielektrischen Platte zwischen Oszillator und Resonator. — Ein nicht allzu dünner leitender Körper hält, wenn er zwischen den Oszillator und den Resonator gebracht wird, die elektromagnetischen Strahlen vollständig auf. Leiter verhalten sich demnach — wie dies ja bekannt ist und der elektromagnetischen Lichttheorie entspricht — zu diesen Strahlen ebenso wie die undurchsichtigen Körper mit Bezug auf das Licht. Nur wenn der Leiter eine ausserordentlich geringe Dicke hat, kann er von den elektrischen Wellen durchsetzt werden. So z. B. schwächt eine leicht versilberte Glasplatte zwar die Funken im Resonator, aber bringt sie nicht ganz zum Verschwinden.

Indessen können auch einige von den Körpern, welche wir als Dielektrika betrachten, die elektrischen Wellen absorbieren; deshalb wird es zweckmässig sein, wenn wir näher untersuchen, welche Wirkungen dieselben hervorrufen, wenn sie sich auf der Bahn der Wellen befinden.

Bringt man zwischen den Oszillator und den Resonator eine planparallele dielektrische Platte, so beobachtet man eine Abnahme der Funken im Resonator. Vorausgesetzt ist dabei, dass die Platte eine hinreichende Ausdehnung besitzt, damit nicht die im § 34 beschriebenen Erscheinungen eintreten können.

Da jedoch Platten von den erforderlichen Dimensionen für gewisse Dielektrika nicht immer leicht zu beschaffen sind, so kann man den Versuch in passender Weise modifizieren,

indem man zwischen Oszillator und Resonator einen Metallschirm bringt, welcher in der Mitte eine kreisförmige Öffnung hat, die etwas kleiner ist, als die zur Verfügung stehenden Platten. Auch wenn der Durchmesser dieser Öffnung nur wenige Centimeter beträgt, kann freilich die durch dieselbe hindurchgehende gebeugte Welle lebhafte Funken im Resonator hervorrufen, falls dieser sich in geringer Entfernung vom Oszillator befindet. Man braucht dann aber nur die dielektrische Platte unmittelbar auf die Öffnung zu legen, um ihre Wirkung auf die Intensität der Funken rein beobachten zu können.

Um von der Wirkung der verschiedenen Dielektrika eine genauere Vorstellung zu geben, teile ich hier für dieselben das Verhältnis zwischen der Schwingungsamplitude, welche die Wellen beim Eintreffen am Resonator nach dem Passieren des Dielektrikums besitzen, und ihrer Amplitude ohne das Dielektrikum mit. Die Bestimmung dieses Verhältnisses geschah nach dem in § 9, Absatz b) beschriebenen Verfahren.

	Amplitudenverhältnis.
Ebonit, Dicke 4 cm	zirka 1
Paraffin, „ 17 „	„ 1
Steinsalz, „ 5 „	„ 1
Schwefel, „ 2,5 „	„ 0,9
Glimmer, „ 0,17 „	„ 0,9
Spiegelglas, „ 0,8 „	„ 0,63
Glas von Negativplatten, Gesamtdicke 2 cm	„ 0,9
Schellack, Dicke 1,5 cm	„ 0,8
Porzellan, „ 0,5 „	„ 0,7
Marmor, „ 2 „	„ 0,6
Selenit, „ 1 „	„ 0,56
Quarz, senkrecht zur Axe, Dicke 0,8 cm	„ 0,6
Olivenöl	„ 0,77
Benzin	„ 0,95
Schwefelkohlenstoff	„ 0,96

(Olivenöl, Benzin, Schwefelkohlenstoff: in Ebonitkasten, Dicke der Flüssigkeitsschicht 1 cm)

Die Thatsache, dass das Spiegelglas die Strahlen in beträchtlichem Maasse schwächt und dass Steinsalz und Ebonit

dies fast gar nicht thun, ist gewiss beachtenswert, zumal dieses Verhalten immer, auch bei Anwendung von Platten von verschiedener Dicke, beobachtet wird. Diese Körper verhalten sich also gegenüber den elektromagnetischen Strahlen ähnlich, wie gegenüber den Wärmestrahlen und man könnte deshalb zu der Annahme neigen, dass die von dem Spiegelglas hervorgebrachte Wirkung thatsächlich von einer Absorption herrühre; indessen erkennt man leicht, dass die mitgeteilten Versuche nicht zum Nachweise einer solchen hinreichen.

In der That sahen wir in § 29, dass das Glas, auch in sehr dünnen Platten, die Strahlen mit beträchtlicher Intensität reflektiert, man begreift deshalb, dass die durchgelassenen Strahlen erheblich geschwächt sein müssen.

Andererseits ist es klar, dass ein zuverlässiges Urteil über das Absorptionsvermögen eines Dielektrikums aus Versuchen mit Platten, deren Dicke die Wellenlänge nur wenig übertrifft, nicht zu gewinnen ist, da infolge der Interferenz zwischen den direkt durchgelassenen und den nach zweimaliger innerer Reflexion austretenden Strahlen die Gesamtintensität der austretenden Strahlung als eine Funktion der Dicke und des Brechungsexponenten der Platte erscheint.

Man könnte nun glauben, dass sich zum mindesten feststellen liesse, ob ein gegebenes Dielektrikum die Strahlen in merklichem Maasse absorbiert oder nicht, indem man dasselbe in Gestalt einer so dünnen Platte verwendete, dass der Gangunterschied zwischen den direkt durchgehenden und den nach zweimaliger innerer Reflexion austretenden Strahlen nur einen kleinen Bruchteil einer Wellenlänge ausmachte. In diesem Falle, so sollte man meinen, müsste die Intensität der austretenden Strahlung, wenn gar keine Absorption erfolgt ist, derjenigen der einfallenden Strahlung nahezu gleich sein, wogegen eine Abnahme der Intensität auf das Vorhandensein einer Absorption schliessen lasse. Eine derartige Überlegung jedoch wäre — ganz abgesehen davon, dass die Absorption in sehr dünnen Platten, wenn sie überhaupt existiert, jedenfalls nur geringfügig sein kann — keineswegs einwandfrei.

In der That haben wir gesehen (§ 29) und werden noch des weiteren erfahren (§ 47), dass bei der Entstehung der Reflexionserscheinung an der Trennungsfläche zweier Dielektrika wahrscheinlich auch die bis zu einiger Entfernung von jener Trennungsfläche, ja bis zu wenigstens einer halben Wellenlänge von derselben befindlichen Teile der beiden Körper mitwirken. Man darf also nicht ohne weiteres annehmen, dass an den beiden Flächen einer Platte, deren Dicke weit geringer ist, als eine Wellenlänge, die Reflexion ganz in der gleichen Weise vor sich gehe, wie an der Oberfläche einer sehr dicken Platte.

Es könnte z. B. jemand die Annahme machen, dass bei einer Platte von sehr geringer Dicke die von jeder ihrer Oberflächen reflektierten Strahlen nur eine sehr geringe Intensität besitzen. Der geringe Betrag der Gesamtintensität der von einer dünnen dielektrischen Platte reflektierten Strahlung würde dann nicht durch eine Interferenz zwischen den an der Vorderfläche der Platte reflektierten und den nach einmaliger oder mehrmaliger innerer Reflexion wieder austretenden Strahlen zu erklären sein, sondern würde in erster Linie davon herrühren, dass die an jeder der beiden Oberflächen der Platte reflektierte Strahlung schon für sich allein nur eine geringe Intensität besitzt.

Um zu entscheiden, ob eine dielektrische Platte die elektrischen Strahlen wirklich teilweise absorbiert, könnte man die Intensitäten der einfallenden, der reflektierten und der gebrochenen Strahlen getrennt bestimmen und zusehen, ob die Summe der beiden letzteren Intensitäten ebenso gross ist, wie die Intensität der einfallenden Strahlen, oder aber kleiner als diese. Ist letzteres der Fall, so bedeutet dies, — da ja eine Zerstreuung der Strahlen bei Anwendung homogener Platten mit gut geglätteten Oberflächen nicht anzunehmen sein dürfte — dass der Körper die Strahlen absorbiert.

Mit einer Glasplatte von 0,7 cm Dicke habe ich einige derartige Bestimmungen gemacht, wobei dieselbe, behufs bequemerer Messung der reflektierten Strahlen, unter 45^0 gegen

die einfallenden Strahlen geneigt wurde. Die Apparate waren vom Typus II; die vom Oszillator ausgesandten Strahlen gingen durch die kreisförmige Öffnung (Durchmesser 16 cm) eines kupfernen Schirmes, der sich 22 cm weit entfernt vom Oszillator befand, und fielen dann auf die Platte, deren Mitte 23 cm von dem Schirme abstand. Der Resonator war zirka 30 cm von der Platte entfernt auf dem beweglichen Arm TU (Fig. 3) befestigt und konnte nach Belieben auf die von der Platte durchgelassenen oder reflektierten Strahlen, oder auch, nach Wegnahme der Glasplatte, auf die einfallenden Strahlen eingestellt werden.

Bezeichnen α, β und γ die Drehungen, welche dem Resonator um seine Axe erteilt werden müssen, um die Funken zum Verschwinden zu bringen, wenn er bezw. von den einfallenden, den reflektierten oder den durchgelassenen Strahlen getroffen wird, so sind $\cos\alpha/\cos\beta$ und $\cos\alpha/\cos\gamma$ bezw. die Amplitude der reflektierten und der gebrochenen Schwingung, wobei als Einheit die Amplitude der einfallenden Schwingung figuriert; $\cos^2\alpha/\cos^2\beta$ und $\cos^2\alpha/\cos^2\gamma$ stellen dann das Verhältnis zwischen der Intensität der reflektierten, bezw. der gebrochenen Schwingung und derjenigen der einfallenden Schwingung dar.

Meine Messungen ergaben für die Summe $\cos^2\alpha/\cos^2\beta + \cos^2\alpha/\cos^2\gamma$ Beträge, die wenig von 1 abwichen, aber unter einander von einem Versuche zum anderen zu verschieden ausfielen, als dass ich brauchbare Folgerungen aus denselben hätte ziehen können.

Wir gelangen also zu dem Schlusse, dass die in diesem Paragraphen mitgeteilten Versuche zwar die Vermutung rechtfertigen, aber keinen sicheren Beweis dafür abgeben, dass das Spiegelglas unsere Strahlen in merklichem Betrage absorbiert.

37. Versuche zum Beweis der Absorption durch gewisse Körper. — Der zuletzt beschriebene Versuch ist schwer auszuführen und giebt deshalb nicht das Resultat, welches man von demselben erwarten durfte; man kann ihn

aber vereinfachen und damit seine Ausführung leichter und bequemer gestalten. Mit dieser neuen Anordnung, wie sie in Fig. 25 dargestellt ist, ist es mir auch wirklich gelungen, einige hinreichend entscheidende Resultate zu erlangen. O ist der Oszillator mit seinem parabolischen Spiegel, R der Resonator und AB eine grosse vertikale Glasscheibe, welche gegen die Fortpflanzungsrichtung der Wellen geneigt ist.

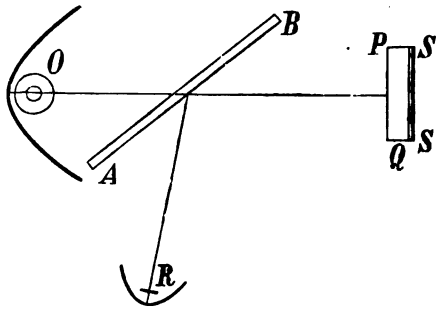


Fig. 25.

Diese letzteren treffen, nachdem sie die Glasscheibe passiert haben, unter normaler Inzidenz auf eine Metallplatte SS und werden von dieser reflektiert; sie gelangen also von neuem zur Glasscheibe AB und erfahren von dieser eine partielle Reflexion gegen den Resonator R. Wie man sieht, ähnelt also diese Versuchsanordnung derjenigen der Fig. 19; der einzige Unterschied besteht darin, dass bei der früheren Versuchsanordnung zwei Metallplatten zur Verwendung kamen, hier aber nur eine.

Nehmen wir jetzt an, in Berührung mit der Vorderseite der Metallplatte SS befinde sich eine planparallele dielektrische Platte PQ, so werden die ankommenden Strahlen teilweise schon von der Vorderfläche derselben reflektiert, während der übrige Teil in das Dielektrikum eindringt und hier eine einmalige oder mehrmalige innere Reflexion erfährt; schliesslich jedoch muss die Gesamtheit aller dieser Strahlen zum Resonator gelangen.

Denken wir uns nun, ein analoger Versuch werde mit den Lichtwellen ausgeführt, das heisst also, nehmen wir für einen Augenblick an, von O gehe eine ebene Lichtwelle aus, PQ sei eine Platte aus transparentem Material und SS ein vollkommen reflektierender Spiegel. Man erkennt leicht, dass dann die Intensität des nach R gelangenden Lichtes von der Gegenwart der Platte PQ, wofern diese vollkommen transparent ist, durchaus unabhängig ist. Findet dagegen in der Platte PQ eine Lichtabsorption statt, so wird die Lichtintensität in R vermindert, wenn man die Platte PQ an die in der Figur bezeichnete Stelle bringt[1]).

---

[1]) Mittels einer einfachen Rechnung nach Art derjenigen, welche die Gesamtintensität des von einer planparallelen transparenten Platte reflektierten Lichtes zu bestimmen gestattet (vgl. hierüber z. B. Winkelmann, Handbuch der Physik Bd. II, 1. Abt. p. 558), habe ich mich von der Richtigkeit des Gesagten überzeugt. Nehmen wir an, die Medien zu beiden Seiten der Platte seien von verschiedener Natur und bezeichnen wir mit a die Amplitude des einfallenden Lichtes; mit r den Faktor, mit welchem wir a multiplizieren müssen, um die Schwingungsamplitude des an der Vorderfläche der Platte reflektierten Strahles zu bekommen; mit ρ den analogen Faktor für die innere Reflexion an derselben Fläche der Platte; mit ρ' denjenigen für die innere Reflexion an der Hinterfläche; ferner mit d den analogen Faktor für die Brechung beim Uebergang vom Aussenraum ins Innere der Platte durch deren Vorderfläche; und endlich mit δ den Brechungsfaktor für den Uebergang in entgegengesetzter Richtung. Die aufeinanderfolgenden reflektierten Strahlen werden dann die nachstehenden Amplituden und Phasenverzögerungen besitzen:

	Amplitude	Phase
An der Vorderfläche der Platte reflektierter Strahl . .	ar	0
„ „ Hinterfläche „ „ „ „ . .	$ad\rho'\delta$ . . .	ε
Zweimal an der Hinterfläche (und einmal an der Vorderfläche) reflektierter Strahl	$ad\rho\rho'^2\delta$ . . .	2ε
Dreimal an der Hinterfläche (und zweimal an der Vorderfläche) reflektierter Strahl	$ad\rho^2\rho'^3\delta$ . . .	3ε

u. s. w. Dabei bezeichnet ε die Phasenverzögerung infolge zweimaligen Durchganges des Lichtes durch die Platte.

Die resultierende Schwingung lässt sich dann in der Form $A \cos \vartheta + B \sin \vartheta$ darstellen, worin

$$A = ar + ad\rho'\delta \frac{\cos \varepsilon - \rho\rho'}{1 - 2\rho\rho' \cos \varepsilon + \rho^2\rho'^2},$$

$$B = ad\rho'\delta \frac{\sin \varepsilon}{1 - 2\rho\rho' \cos \varepsilon + \rho^2\rho'^2}.$$

Dasselbe, so wollen wir annehmen, soll nun auch für die elektromagnetischen Wellen des Oszillators gelten; man wird dann beurteilen, ob das Dielektrikum PQ die Strahlen absorbiert oder nicht, je nachdem seine Gegenwart die Funken im Resonator schwächt oder unbeeinträchtigt lässt.

Nun finden allerdings die aufeinanderfolgenden Reflexionen, welche die Lichtstrahlen bei dem optischen Versuche in unendlicher Anzahl erfahren, bei dem elektrischen Versuche nur in sehr beschränkter Anzahl statt. In der That bringt jeder Funken im Oszillator nur eine kleine Zahl von elektrischen Schwingungen hervor. Und diese erleiden noch dazu, anders wie die Lichtschwingungen, eine starke Dämpfung. Wahrscheinlich werden aber trotzdem auch bei dem elektrischen Versuche die Strahlen, falls sie nur von der Platte PQ gar nicht absorbiert werden, mit der gleichen Intensität in R ankommen, mag nun die Platte am Platze sein oder nicht.

Der Versuch zeigt nun, dass in der That bei Anwendung von Platten aus gewissen Dielektricis die Funken gar keine Schwächung erfahren, während bei Anwendung gewisser anderer Platten eine offenbare Schwächung eintritt. Auf Grund der vorstehenden Betrachtungen glaube ich diese Schwächung als Beweis einer Absorption der Strahlen durch die betreffenden Dielektrika betrachten zu dürfen.

Und da nun nach einem bekannten Versuche von Arago (loc cit p. 560) $\rho = -r$ und $d\delta = 1-r^2$, so ergiebt sich für A und B:

$$A = ar + a\rho' (1 - r^2) \frac{\cos \varepsilon + r\rho'}{1 + 2r\rho' \cos \varepsilon + r^2\rho'^2},$$

$$B = a\rho' (1 - r^2) \frac{\sin \varepsilon}{1 + 2r\rho' \cos \varepsilon + r^2\rho'^2}.$$

Berechnen wir jetzt die Intensität der reflektierten Gesamtstrahlung, so finden wir nach einigen leichten Reduktionen

$$A^2 + B^2 = a^2 \frac{\rho'^2 + r^2 + 2r\rho' \cos \varepsilon}{1 + \rho'^2 r^2 + 2r\rho' \cos \varepsilon}.$$

Nunmehr wollen wir die Bedingung einführen, dass die Reflexion an der Hinterfläche der Platte eine totale sei, d. h. wir setzen $\rho'^2 = 1$. Dann wird

$$A^2 + B^2 = a^2$$

oder mit Worten: die Gesamtintensität der Strahlung ist die gleiche, wie wenn die transparente Platte nicht existierte.

Das Gelingen der mit der Anordnung Fig. 25 vorgenommenen Versuche hängt zum Teil von den Dimensionen der Platte SS und des Dielektrikums PQab. Je grösser diese Dimensionen sind, mit desto grösserer Intensität kommen natürlich auch die Strahlen beim Resonator an und desto leichter lässt sich die Absorption konstatieren. Andererseits jedoch muss das Dielektrikum PQ dieselbe Grösse haben wie die Platte SS, denn wenn jenes kleiner wäre, so würde ein Teil der Strahlen auch bei Gegenwart des Dielektrikums nur an SS reflektiert und könnte mit den vom Dielektrikum reflektierten Strahlen interferieren. Und da häufig die dielektrischen Platten nur von sehr beschränkter Grösse sind, so muss auch die Metallplatte SS dementsprechend bemessen werden.

Für die Apparate vom Typus II eignet sich eine Platte SS von 1 bis 6 Quadratdecimeter Fläche.

Zur Bestimmung des Verhältnisses, in welchem die Intensität der Strahlen durch die Gegenwart eines Dielektrikums PQ vermindert wird, benutzte ich die Methode b) des § 9. Besagtes Verhältnis ist $= \cos^2 \alpha / \cos^2 \beta$, wenn α resp β den Winkel bezeichnet, um welchen man bei Anwesenheit, bezw. bei Abwesenheit des Dielektrikums den Resonator aus der Anfangslage um seine Axe drehen muss, damit die Funken zum Verschwinden kommen.

Platten aus Schwefel, Ebonit, Selenit und Paraffin, ebenso eine 4,2 cm dicke Platte aus gewöhnlichem grünlichem Glase ergaben dieses Verhältnis stets sehr angenähert $= 1$. Ich fand also für diese Körper stets $\alpha = \beta$. Dieselben besitzen demnach kein merkliches Absorptionsvermögen.

Bei den untenstehenden Körpern dagegen war β merklich kleiner als α. Man kann dies zur Anschauung bringen, indem man zuerst durch die Rotation β des Resonators die Funken zum Verlöschen bringt und dann, nachdem man konstatiert hat, dass mehrere Minuten lang kein Funke mehr erschienen ist, die Platte PQ wegnimmt. Alsbald kommen die Funken wieder zum Vorschein.

Für die folgenden Körper habe ich den Wert des Verhältnisses aufgezeichnet, in welchem sie die Intensität der Strahlen verringern.

	$\cos^2 \alpha / \cos^2 \beta$
Spiegelglas (vier aufeinandergelegte Scheiben, zusammen 3 cm dick)	0,45
Marmor (Dicke 5,4 cm)	0,76
Tannenholz, mit den Fasern parallel zu den Schwingungen (Dicke 2,25 cm) .	0,47
Tannenholz, Fasern senkrecht zu den Schwingungen (Dicke 2,25 cm) . . .	0,66
Tannenholz, 4,5 cm dick, aus der Uebereinanderlagerung der beiden vorstehenden Platten mit gekreuzten Fasern gebildet	0,29.

Wie man sieht, ist also nunmehr bewiesen, was die Versuche des vorhergehenden Paragraphen nur vermuten liessen, dass nämlich das Spiegelglas die Strahlen in deutlichem Maasse absorbiert.

Bemerkenswert ist auch das Verhalten des Holzes, dessen Absorptionsvermögen je nach der Orientierung seiner Fasern mit Bezug auf die Richtung der Schwingungen verschieden ausfällt. Das Holz verhält sich, so kann man sagen, ungefähr wie ein Gitter von parallelen Drähten, nur ist die Absorption durch das Holz, auch wenn dessen Fasern zu den Schwingungen parallel sind, niemals eine totale, wie es diejenige durch ein Gitter, dessen Drähte zu den Schwingungen parallel sind, wohl sein kann.

Der verschiedene Betrag der Absorption, welche das Holz je nach der Orientierung seiner Fasern hervorbringt, lässt sich mittels eines sehr einfachen Versuches konstatieren. Man stelle den Resonator gegenüber dem Oszillator auf und bringe zwischen beide eine parallel zu den Fasern geschnittene Tannenholzplatte, die so orientiert ist, dass die Richtung der Fasern mit derjenigen der elektrischen Schwingungen des Oszillators einen Winkel von 45^0 einschliesst. Dreht man nun den Resonator so, dass er abwechselnd parallel und senkrecht zu den Fasern des Holzes steht, so beobachtet man,

dass die Funken in demselben in der zweiten Orientierung ungleich lebhafter sind als in der ersten. Da man sich die Schwingungen der einfallenden Welle in zwei Komponenten von gleicher Intensität zerlegt denken kann, von welchen die eine parallel, die andere normal zu den Fasern des Holzes gerichtet ist, und da ferner der Resonator, je nachdem er die eine oder die andere der beiden angegebenen Lagen einnimmt, nur durch die eine oder die andere dieser Komponenten erregt wird, so bestätigt dieser Versuch vollkommen die Folgerungen, die sich aus den oben mitgeteilten Messungen ergeben.

Fünftes Kapitel.

Reflexion an Dielektricis und an Leitern.

38. Gesetze der Reflexion. — Dass die elektrischen Wellen wie die Lichtwellen, und nach denselben Gesetzen wie diese, reflektiert werden, folgt sowohl aus den mit ebenen Metallplatten (vgl. § 11) oder mit Gittern von parallelen Drähten vorgenommenen Hertz'schen Originalversuchen, wie auch indirekt aus der Wirkung, welche die parabolischen Reflektoren hervorbringen.

Ein Versuch, analog denjenigen, welche beim Unterricht zum Nachweise der Reflexion des Schalles und der strahlenden Wärme benützt zu werden pflegen, und deshalb geeignet, um die Thatsache der Reflexion noch evidenter darzuthun, ist der folgende.

Zwei metallene sphärische Hohlspiegel von 44 cm Durchmesser und 18,6 cm Brennweite, welche in den Vorlesungen zur Reflexion des Schalles und der Wärme dienen, wurden in 5 oder 6 Meter Entfernung einander gegenübergestellt und in den Brennpunkt des einen wurde der Oszillator Nr. II, in den Brennpunkt des anderen ein Resonator Nr. II gebracht.

Dieser letztere zeigte dann sehr lebhafte Funken, welche verschwanden, wenn zwischen die Spiegel eine Metallplatte oder der Körper des Beobachters trat. Auch ein Reflexionsversuch lässt sich vornehmen, indem man die beiden Hohlspiegel so aufstellt, dass ihre Axen einen Winkel mit einander bilden, und an dessen Scheitel, senkrecht zur Halbierungslinie des Winkels, eine ebene Platte bringt.

Sobald man diese letztere aus ihrer richtigen Lage ent-

fernt, verschwinden die Funken in dem Resonator. Dabei kann die Platte aus Metall oder einem Dielektrikum bestehen, nur muss sie im letzteren Falle eine hinreichende Dicke besitzen. Eine Glasscheibe giebt auch bei geringer Dicke eine beträchtliche Wirkung (§ 29).

Wie man sieht, könnten also die gewöhnlich mit den Oszillatoren und Resonatoren verbundenen zylindrischen Spiegel ebensowohl durch sphärische Spiegel ersetzt werden. Wenn trotzdem jene auch weiter den Vorzug behalten, so geschieht dies nur wegen der grösseren Leichtigkeit ihrer Herstellung.

Ein Versuch, bei welchem jedenfalls die Reflexion beteiligt ist, ist der folgende.

Man bringt vor den Oszillator das eine Ende eines langen horizontalen Metallrohres (z. B. eines eisernen Ofenrohres) und nähert den Resonator dem anderen Ende. Alsbald sieht man, auch wenn das Rohr sehr lang ist, in dem Resonator lebhafte Funken. Dieselben verschwinden, wenn man in das Rohr eine Metallscheibe bringt, welche dasselbe fast ganz verschliesst, dagegen bleiben sie nahezu unverändert, wenn man das Rohr in zwei Teile trennt, von welchen der eine die Verlängerung des andern bildet, die sich aber gegenseitig nicht berühren. Die elektromagnetischen Wellen pflanzen sich also in dem Rohre fort, ganz wie es die Schallwellen thun, oder wie die Lichtwellen in einem Rohre mit spiegelnder Innenfläche.

Mit den Apparaten vom Typus II wurde eine sehr lebhafte Wirkung auf den Resonator noch erhalten, wenn das Rohr so lang war, als es die vorhandenen Räumlichkeiten gestatteten; mit den Apparaten vom Typus I kamen Funken noch zu Stande, wenn die Länge des verwendeten Rohres das Drei- bis Vierfache der Entfernung betrug, bei welcher ohne Zuhilfenahme eines Rohres die Funken bereits verlöschten. Es ist also anzunehmen, dass man mit den grösseren Apparaten die Strahlen bis auf sehr grosse Entfernungen senden könnte, jedenfalls bis auf viel grössere Entfernungen, als diejenigen, bei welchen die frei fortgepflanzten Wellen schon keine merklichen Wirkungen mehr hervorbringen.

Die Axe des Rohres braucht keine gerade Linie zu bilden, vielmehr kann dasselbe aus krummen Partien oder aus mehreren unter stumpfen Winkeln zusammenstossenden geradlinigen Stücken bestehen. In diesem Falle ähnelt der Versuch einem anderen, später (§ 47) zu beschreibenden, welcher die Totalreflexion der Wellen innerhalb eines Dielektrikums, in welchem sich dieselben fortpflanzen, zum Gegenstande hat.

Der geschilderte Versuch ist neuerdings von v. Lang [1]) zur Messung der Wellenlänge meiner Oszillatoren benützt worden. Ein Rohr aus leitendem Material, vor dessen einem Ende sich der Oszillator befindet, teilt sich in einer gewissen Entfernung hiervon in zwei U-förmig gebogene Zweige, die wieder in ein einziges Rohr zusammenführen; innerhalb des letzteren befindet sich ein Wellenindikator nach Art des von Lodge benutzten (vgl. § 5). Jeder der beiden U-förmigen Zweige besteht aus zwei Rohren, die, ganz wie die Teile eines Fernrohres, in einander verschiebbar sind; die Länge jedes Zweiges kann also für sich variiert werden und der ganze Apparat gleicht somit vollständig dem bekannten Quincke'schen Apparat für die Interferenz der Schallwellen. Auch die Art, wie beide Apparate benutzt werden, ist die gleiche. v. Lang nimmt an, dass der Indikator keine eigene Schwingungsperiode besitzt; und er meint deshalb, dass die mit diesem Apparate gemessene Wellenlänge diejenige des Oszillators ist.

Würde indessen anstatt des Indikators ein Resonator verwendet, so würde sicher die gemessene Wellenlänge nicht diejenige des Oszillators, sondern diejenige des Resonators sein (§ 21); und ebenso sicher kann, falls wirklich der Metallpulver-Indikator sich in der bezeichneten Weise verhält, jeder der in § 21—26 beschriebenen Interferenzversuche zur Messung der Wellenlänge des Oszillators dienen.

Wenn man vom geometrischen Studium der Reflexion zum physikalischen Studium der reflektierten Schwingungen übergeht, das heisst also, wenn man nicht lediglich die Richtung, in welcher sich die Schwingungen fortpflanzen,

---

[1]) Wied. Ann. 47, p. 430, 1896.

sondern auch ihre Intensität und Orientierung untersuchen will, so lässt sich voraussehen, dass die elektrischen Wellen analoge Erscheinungen darbieten werden wie das polarisierte Licht, denn die von den Oszillatoren ausgehende elektrische Strahlung ist ja ihrer Natur nach polarisiert.

Die diesbezüglichen Versuche müssen im Stande sein, für die elektromagnetische Theorie des Lichtes, nach welcher die Polarisationsebene parallel zur Richtung der magnetischen und normal zur Richtung der elektrischen Kraft sein soll, eine direkte Bestätigung zu liefern. Oder mit anderen Worten: Wenn man mit Fresnel als Richtung der Schwingungen in einem polarisierten Lichtstrahl die zur Polarisationsebene normale Richtung annimmt, so muss man finden, dass die Richtung der elektrischen Kraft der Richtung der Aetherschwingungen in der Fresnel'schen Theorie entspricht (vgl. Beilage *D*).

Die Reflexion an Metallen und an Dielektricis werde ich getrennt behandeln, und zwar will ich mit dieser letzteren beginnen.

39. Reflexion an Dielektricis. Versuchsanordnungen. — Trouton [1]) und Klemencic [2]) haben einige Versuche über die Reflexion der elektrischen Wellen an Dielektricis angestellt. Trouton, der die Strahlen unter schiefer Inzidenz von einer etwa 1 Meter dicken Mauer reflektieren liess, fand die vermutete Existenz eines Polarisationswinkels bestätigt. Klemencic untersuchte die Reflexion von einer Schwefelplatte und fand die gleiche Erscheinung. Im allgemeinen erhielt er jedoch keine gute Übereinstimmung zwischen seinen Resultaten und den nach den Fresnel'schen Formeln berechneten Werten.

Mit den Apparaten vom Typus II lässt sich die Reflexion bequem unter vorteilhafteren Bedingungen studieren, da die Breite des von dem Spiegel des Oszillsators ausgehenden

---

[1]) Nature, 39, No. 1008, p. 393.

[2]) Wiener Berichte Jan. 1891, p. 109.

Strahlenbündels das Vier- bis Fünffache der Wellenlänge beträgt und eine reflektierende dielektrische Platte, welche das ganze Bündel ausnützt, deshalb keine allzugrossen Dimensionen bekommt. Ein Umstand indessen, über den wir hinweggegangen sind, ist zu berücksichtigen: wenn die dielektrische Platte planparallel und nicht dick genug ist, so können die Resultate durch die Reflexion an der Rückseite und die mehrfachen inneren Reflexionen beeinflusst werden.

Die reflektierende Fläche wird bei den Reflexionsversuchen in vertikaler Stellung so auf den drehbaren Tisch S des Apparats Fig. 3 gebracht, dass sie, wenn die Teilung des Tisches S auf Null zeigt, das vom Spiegel BC kommende Strahlenbündel senkrecht empfängt. Ausserdem muss das Dielektrikum in derartiger Höhe angebracht werden, dass es sich zur Hälfte unterhalb und zur Hälfte oberhalb der durch die Drehungsaxe des Oszillators gehenden Horizontalebene befindet. Der Resonator wird nicht an den in Fig. 3 angegebenen Ort, sondern auf den beweglichen Arm TU gestellt

Grosse Sorgfalt ist darauf zu verwenden, dass die vom Oszillator kommenden Strahlen, wenn der Einfallswinkel sehr gross und der Resonator beinahe gegen den Oszillator gerichtet ist, nicht direkt auf den Resonator wirken können. Die Entfernungen zwischen dem Oszillator und dem reflektierenden Körper und zwischen diesem und dem Resonator sind deshalb so gross zu machen, als es möglich und mit der Empfindlichkeit des Resonators verträglich ist. In einigen Fällen ist es von Vorteil, wenn man vor die reflektierende Platte einen grossen Metallschirm mit einer kreisförmigen Öffnung von 20 bis 30 cm Durchmesser bringt.

Durch Drehung des Tisches S giebt man dem Einfallswinkel i eine beliebige Grösse und um dann die reflektierte Strahlung in dem Resonator zu empfangen, stellt man den Arm TU so ein, dass er mit der Richtung der einfallenden Strahlen einen Winkel $= 180^0 - 2\,i$ einschliesst, welchen man an der auf der Basis PQ angebrachten Teilung abliest.

Dreht man dann den Oszillator um seine Axe und liest sein Azimut auf dem zugehörigen Teilkreis ab, so hat man es in

der Hand, die einfallenden Schwingungen senkrecht oder parallel zur Einfallsebene oder unter einem beliebigen Winkel gegen dieselbe zu orientieren.

Der geschilderte Apparat wird also ganz in derselben Weise benützt wie Jamins bekannter Apparat für das Studium der Reflexion des polarisierten Lichtes.

40. Versuche über die Reflexion an Dielektricis. — Mittels des beschriebenen Apparates habe ich die Reflexion am Schwefel, am Paraffin und am Glas untersucht.

Beim Schwefel war die reflektierende Fläche eine Seite einer prismatischen Platte. Dadurch wurde verhindert, dass die an der Rückseite der Schwefelplatte reflektierten Strahlen sich über die an der Vorderseite reflektierten lagerten und die Resultate der Untersuchung beeinflussten.

Bei einer anderen Versuchsreihe liess ich die Strahlen an der grösseren Fläche des in § 26 beschriebenen Doppelprismas reflektieren.

Auch für die Reflexion am Paraffin benützte ich entweder einen prismatischen Block oder das grosse Prisma mit trapezförmiger Basis, von welchem in § 48 die Rede sein wird. Die Intensität der reflektierten Strahlung ist hier, wie infolge des kleineren Brechungsexponenten des Paraffins nicht anders zu erwarten, beträchtlich geringer als beim Schwefel.

Endlich untersuchte ich die Reflexion durch eine zirka 0,7 cm dicke Spiegelglasscheibe mit parallelen Flächen. Trotz ihrer geringen Dicke bewirkt eine solche Glasscheibe eine energische Reflexion, während eine ebenso dünne Paraffin- oder Schwefelscheibe nur eine schwache Reflexion hervorruft; es rührt dies von der Interferenz her und bietet somit ein Analogon zur Erscheinung des schwarzen Fleckes in den Newton'schen Ringen.

Die Beobachtungsergebnisse waren, zumal beim Schwefel, ähnlich den entsprechenden optischen Erscheinungen.

Der Übersichtlichkeit halber wollen wir annehmen, die Beobachtung der einfallenden Schwingungen VW geschehe in der Richtung ihrer Fortpflanzung von der vertikalen

reflektierenden Fläche S (Fig. 26) gegen den Oszillator O zu; die reflektierten Schwingungen $V_1 W_1$ sollen in ihrer eigenen Fortpflanzungsrichtung vom Resonator R gegen die reflektierende Fläche S beobachtet werden. Auf dem einfallenden Strahle OB und dem zugehörigen reflektierten Strahle BR wollen wir je einen beliebigen Punkt A, resp. C fixieren und

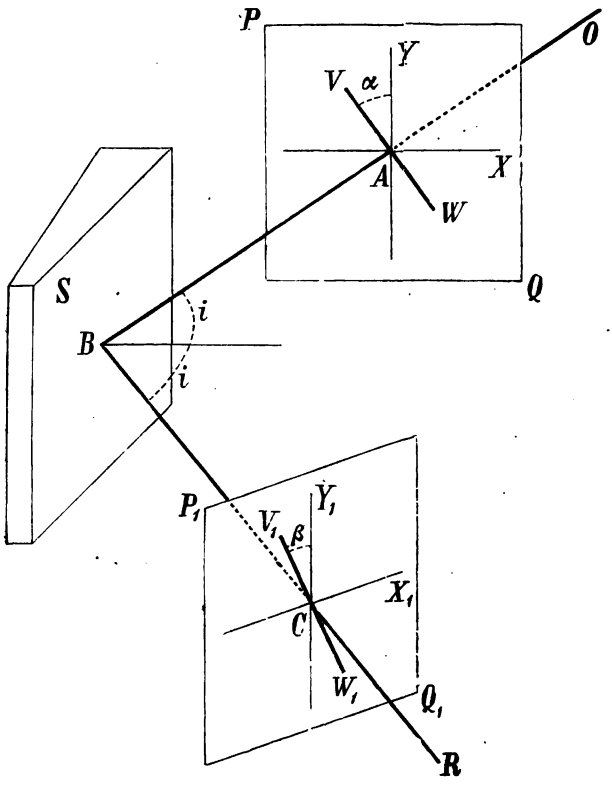


Fig. 26.

durch jeden derselben eine zu dem betreffenden Strahl senkrechte Ebene legen; auf diesen beiden Ebenen PQ und $P_1 Q_1$ sollen dann rechtwinklige Axen gezogen werden, von welchen die eine, AX resp. CX_1, horizontal und die andere, AY resp. CY_1, vertikal gerichtet ist. Mit α sei der Winkel bezeichnet,

welchen die elektrische Schwingung VW des einfallenden Strahles, mit β derjenige, welche die gleiche Schwingung des reflektierten Strahles mit der vertikalen Axe bildet; und zwar sollen diese Winkel als positiv gelten, wenn sie von der vertikalen Axe aus im entgegengesetzten Sinne wie die Bewegung des Uhrzeigers gemessen werden.

Der Winkel α wird auf dem Teilkreis des Oszillators abgelesen und kann jeden beliebigen Wert erhalten. Machen wir $\alpha = 0^0$, das heisst also stellen wir die geometrische Axe des Oszillators vertikal, so sind die einfallenden Schwingungen normal zur Einfallsebene OBR, da diese horizontal ist. Machen wir dagegen $\alpha = 90^0$, das heisst also stellen wir die geometrische Axe des Oszillators horizontal, so kommen die einfallenden Schwingungen in die Einfallsebene.

Die reflektierten Schwingungen werden, aus Gründen der Symmetrie, im ersten Falle ebenfalls vertikal und im zweiten Falle horizontal gerichtet sein, und es muss also, damit dieselben im Resonator ihre volle Wirkung hervorbringen, im ersten Falle $\beta = 0^0$ und im zweiten $\beta = 90^0$ gemacht werden. Diese Werte von β werden auf dem mit dem Resonator verbundenen Teilkreis abgelesen.

In diesen beiden Fällen, in welchen die Orientierung der reflektierten Schwingung bekannt ist, lässt sich nach der Methode b) des § 9 ein relatives Maass ihrer Amplitude gewinnen. Diese Methode besteht, wie erinnerlich, in der Beobachtung des Winkels, um welchen man den Resonator aus der vertikalen Stellung in dem einen und der horizontalen Stellung in dem anderen Falle entfernen muss, damit die Funken verschwinden, oder damit ihre Intensität und Frequenz auf einen konstanten und sehr kleinen Betrag reduziert ist. Man erhält auf diese Weise für die verschiedenen Werte des Einfallswinkels i ein relatives Maass der Koeffizienten, welche in der Optik mit den Buchstaben h und k bezeichnet zu werden pflegen. Nach den Fresnelschen Formeln für die Reflexion des Lichtes an transparenten Körpern ist

$$h = -\frac{\sin(i-r)}{\sin(i+r)},\quad k = \frac{\operatorname{tg}(i-r)}{\operatorname{tg}(i+r)}\ ^{1}),$$
$$\frac{k}{h} = -\frac{\cos(i+r)}{\cos(i-r)},$$

worin $\sin r = \sin i/n$ und n den Brechungsexponenten des verwendeten Körpers bezeichnet.

Liegt der Wert von α zwischen 0^0 und 90^0, so ist auch β ein spitzer Winkel. Dieser Winkel β lässt sich nach der Methode a) des § 9 bestimmen. Für die Reflexion des Lichtes gilt die Formel:

$$\operatorname{tg}\beta = \operatorname{tg}\alpha\,\frac{\cos(i+r)}{\cos(i-r)}.$$

Ist insbesondere $\alpha = 45^0$, so liefert die Bestimmung von β das Verhältnis k/h, da in diesem Falle offenbar $\operatorname{tg}\beta = -k\,h$ ist.

Versuch a): $\alpha = 0$. Bleibt die Axe des Oszillators vertikal, während i variiert, so zeigt die Beobachtung in allen Fällen, dass die reflektierte Strahlung bei wachsendem i an Intensität zunimmt. Wie bei dem Lichte, so wächst also auch hier h mit wachsendem Einfallswinkel.

Versuch b): $\alpha = 90^0$. Die Axe des Oszillators ist horizontal gerichtet, folglich finden die elektrischen Schwingungen in der Einfallsebene statt. In diesem Falle sinkt beim Wachsen von i die Intensität der reflektierten Strahlung zuerst bis sie angenähert $= 0$ wird und steigt dann wieder. Dieses Steigen hält noch bei den grössten Einfallswinkeln, auf welche sich die Beobachtung erstreckte, an. Der Koeffizient k zeigt also den gleichen Verlauf wie bei dem entsprechenden optischen Versuch, und man muss somit annehmen, *dass bei den elektromagnetischen Schwingungen die elektrische Kraft zur Polarisationsebene senkrecht ist*, wie dies die elektromagnetische Theorie des Lichtes verlangt.

Beim Schwefel wird $k = 0$, wenn i zwischen 60^0 und 64^0 liegt, und beim Paraffin für einen Wert von i zwischen 52^0

---

[1]) Die Wahl der positiven Richtung der Axen bedingte es, dass k positiv genommen werden musste.

und 59°. Nimmt man nun den Brechungsexponenten der beiden Körper bezw. = 1,87 und 1,43 an, so ergiebt sich der Polarisationswinkel = 61° 52′ bezw. = 55° 2′.

Eine Spiegelglasplatte ergab für den Polarisationswinkel einen Wert zwischen 62° und 70°. Der Brechungsexponent müsste danach zwischen 1,88 und 2,75 liegen. Wie wir sahen (§ 24), findet Wiedeburg den Brechungsexponenten des von ihm benutzten Glases = 2,63. Diese Beträge sind höher, als die Brechungsexponenten des Glases für Wärme- und Lichtstrahlen; es scheint also, dass das Glas für sehr lange Wellen anomale Dispersion besitzt.

Versuch c): $0° < \alpha < 90°$. Der Koeffizient k für Lichtschwingungen wechselt bekanntlich beim Polarisationswinkel sein Zeichen; ist also VW (Fig. 26) die Schwingung des einfallenden Strahles, so wird für die Schwingung des reflektierten Strahles der Winkel β negativ, falls i zwischen 0° und dem Polarisationswinkel liegt, und positiv, falls i grösser ist als der Polarisationswinkel; in jedem Falle jedoch ist $\beta < \alpha$. In der Abbildung 26 stellt $V_1 W_1$ die reflektierte Schwingung für den Fall dar, dass i grösser ist als der Polarisationswinkel; für den Fall, dass i kleiner wäre als der Polarisationswinkel, müsste man sich die Schwingung $V_1 W_1$ innerhalb des Winkels $X_1 C Y_1$ liegend denken. Von den optischen Erscheinungen der elliptischen Polarisation, wie sie bei Einfallswinkeln in unmittelbarer Nähe des Polarisationswinkels eintreten, sehe ich hierbei natürlich ganz ab.

Von grossem Interesse erschien es mir, mit den Hertz'schen Strahlen die Bestätigung des Zeichenwechsels der zur Einfallsebene parallelen elektrischen Schwingungen zu erlangen. Mit den von mir benutzten Mitteln lässt sich der Versuch auch sehr leicht ausführen. Man neige den Oszillator in der Weise, dass seine geometrische Axe mit der Vertikalen einen Winkel α einschliesst, der beliebig sein kann, am besten jedoch nicht viel von 45° abweicht, und man gebe dem Einfallswinkel i einen hinreichend kleinen Wert, z. B. 45°. Man findet dann β negativ, das heisst man muss den Resonator, um die Funken in demselben auf ihre grösste Intensität zu bringen, von der

Vertikalstellung aus im Sinne des Uhrzeigers drehen. Zudem zeigt sich, dass β numerisch kleiner ist als α.

Darauf mache man i gleich dem Polarisationswinkel. Man findet dann, dass das Maximum der Funken angenähert bei der Vertikalstellung des Resonators eintritt.

Endlich mache man i grösser als den Polarisationswinkel, etwa $= 70^0$. Wenn man dann den Resonator von der Vertikalstellung aus im gleichen Sinne wie vorher dreht, so sieht man die Funken in demselben nicht, wie es bei dem Einfallswinkel $i = 45^0$ der Fall gewesen, an Intensität wachsen, sondern abnehmen. Um sie auf das Maximum der Intensität zu bringen, muss man nunmehr den Resonator im entgegengesetzten, das heisst also in dem als positiv bezeichneten Sinne drehen. Wie vorausgesehen, ist also jetzt β positiv. Sein numerischer Betrag ist noch immer kleiner als α.

Versuch d): $\alpha = 45^0$. Wie schon bemerkt wurde, liefert in diesem Falle die Messung von β das Verhältnis k/h. Ich habe am Schwefel einige Messungen vorgenommen, deren Resultate in der nachstehenden Tabelle zusammengefasst sind; die erste Kolonne derselben enthält den Einfallswinkel i, die zweite den gemessenen Winkel β, die dritte den Wert von $\operatorname{tg}\beta = k/h$ und die vierte den Wert von $\cos(i+r) / \cos(i-r)$, welcher nach den Fresnel'schen Formeln $= k/h$ sein muss. Das Vorzeichen ist in den beiden letzten Kolonnen nicht berücksichtigt.

i	β	$\operatorname{tg}\beta$	$\frac{\cos(i+r)}{\cos(i-r)}$
45^0	-25^0	0,47	0,42
50	−19	34	30
55	−11	19	18
60	− 5	09	05
65	7	12	09
70	18	32	25

Da die Messungen von β nur mit geringer Genauigkeit möglich sind, so lege ich den kleinen Unterschieden zwischen einigen Zahlen der dritten und den entsprechenden der vierten Kolonne keine Bedeutung bei. Der allgemeine Verlauf der

Werte von k/h scheint mir indessen aus den erhaltenen Zahlen zur Genüge hervorzugehen, um den Schluss zu gestatten, dass auch hier die Analogie mit der entsprechenden optischen Erscheinung vorhanden ist.

Versuch e: Vergleich zwischen k und h. Beim Lichte ist k stets kleiner als h. Dasselbe ist auch bei den elektromagnetischen Strahlen der Fall und lässt sich auf eine der folgenden Weisen darthun.

Man lasse i konstant und bringe sowohl den Oszillator wie den Resonator abwechselnd in Vertikal- und Horizontalstellung. Die Funken werden im ersten Falle immer lebhafter sein als im zweiten.

Bequemer kann man auf folgende Weise verfahren. Man lasse die geometrische Axe des Oszillators in einem festen Winkel von 45^0 mit der Vertikalen, das heisst also, man behalte $\alpha = 45^0$ und bringe dann den Resonator abwechselnd in die Vertikal- und die Horizontalstellung, so dass also β abwechselnd $= 0^0$ und $= 90^0$ wird. In der ersten Stellung werden die Funken stets lebhafter sein als in der zweiten.

Bei diesem Versuche ist die einfallende Schwingung durch ihre beiden einander gleichen Komponenten nach der Vertikalen und der Horizontalen ersetzt zu denken. Nur die eine oder die andere von diesen wirkt auf den Resonator, wenn er sich in einer von seinen beiden Hauptlagen befindet.

Das Ergebnis der Versuche über die Reflexion an Dielektricis entspricht also in allen Einzelheiten unseren Annahmen. Die Reflexion unter sehr grossen Einfallswinkeln ist dabei jedoch nicht mit in Betracht gezogen, weil bei dieser die schon erwähnte Fehlerquelle, nämlich die direkte Einwirkung des Oszillators auf den Resonator, nur ausserordentlich schwer zu vermeiden ist.

41. Reflexion an Metallen. Versuchsanordnungen. — Die Versuche über die Reflexion der elektrischen Schwingungen an den Metallen werden in derselben Weise angestellt, wie diejenigen des vorstehenden Paragraphen. Nur muss man, da die interessantesten Einzelheiten gerade bei grossen

Einfallswinkeln beobachtet werden, die erforderlichen Vorkehrungen treffen, um hinreichend deutliche Wirkungen zu erhalten und die in § 25 angedeutete Fehlerquelle, welche sich gerade bei grossen Einfallswinkeln besonders geltend macht, zu vermeiden.

Eine ebene Platte, deren horizontale Seite l etwa 40 bis 50 cm beträgt, ist zur Vornahme sämtlicher Reflexionsversuche mehr als gross genug, so lange Einfallswinkel von 65^0 bis 70^0 nicht überschritten werden sollen. Bei einem Einfallswinkel $i = 70^0$ reicht die Breite $l \cos i$ des von der Platte reflektierten Strahlenbündels noch hin, um lebhafte Funken im Resonator zu erzeugen, auch wenn man, um die vom Oszillator ausgehenden Strahlen nicht direkt zum Resonator gelangen zu lassen, zwischen beide einen Schirm mit passender Öffnung stellt. Bei grösseren Einfallswinkeln jedoch, z. B. solchen von mehr als 80^0, ist die direkte Einwirkung auf den Resonator nur dadurch zu verhindern, dass man diesen in viel grösserer Entfernung aufstellt, und damit ist dann, weil die Strahlen kein vollkommen paralleles Bündel bilden und hauptsächlich infolge der Beugung, eine bedeutende Schwächung der Funken im Resonator verbunden, bis diese schliesslich ganz und gar verschwinden.

Für grosse Einfallswinkel bedarf es also einer Platte von grösserer Horizontalerstreckung und deshalb habe ich den Versuch folgendermassen angeordnet.

Eine 306 cm lange und 44 cm hohe Kupfertafel AB ist auf dem drehbaren Teilkreis S der Fig. 3, welcher in Fig. 27 durch DE dargestellt ist, in der Weise befestigt, dass die vertikale Drehungsaxe C des Teilkreises sich in der halben Länge der Tafel befindet. Der Oszillator O ist ungefähr 150 cm weit von C entfernt und seine Drehungsaxe geht durch den Mittelpunkt der Tafel AB. Auch der Resonator R ist so aufgestellt, dass seine Drehungsaxe durch den Mittelpunkt der Tafel AB geht; seine Entfernung von C beträgt aber bei den grössten Einfallswinkeln wenigstens 400 cm. Natürlich wird dann der Kreis DE nicht mehr von demselben Tische getragen wie der Oszillator; ebenso dient dem Resonator nicht

mehr der drehbare Arm PQ der Fig. 3 als Träger, sondern ebenfalls ein besonderer Tisch, wobei jedoch dafür zu sorgen ist, dass er sich immer genau in der Verlängerung dieses Armes befindet; dieser dient dazu, die Stellung des Resonators anzugeben.

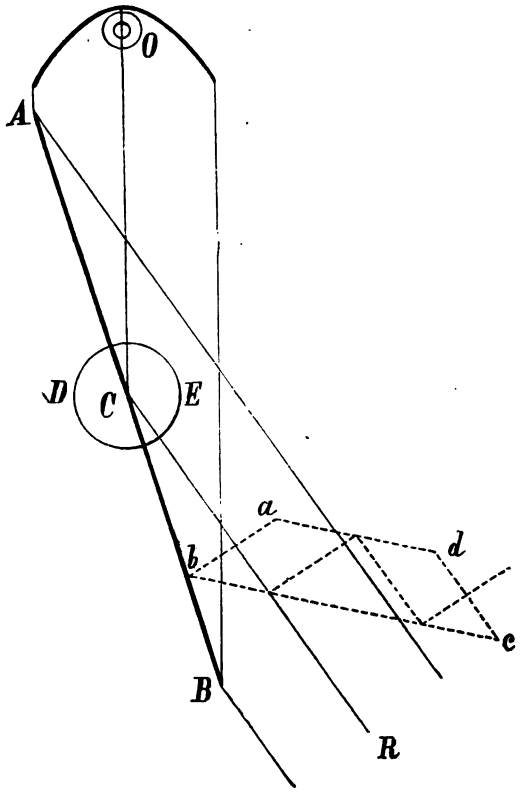


Fig. 27.

Mit den so zusammengestellten Apparaten kann man die Reflexion am Kupfer auch für Einfallswinkel bis zu 82° oder 83° ganz bequem studieren, ohne irgend welche direkte Einwirkung der vom Oszillator ausgesandten Wellen auf den Resonator befürchten zu müssen.

Wie bereits im § 25 angedeutet, findet, falls die Strahlen des Oszillators direkt zum Resonator gelangen können, eine

Interferenz derselben mit den von der Tafel AB reflektierten Strahlen statt. Diese Interferenz hat zur Folge, dass bei horizontalen Schwingungen des Oszillators die Funken im Resonator lebhafter werden, als bei vertikalen. Dies ist die Ursache, weshalb meine ersten Versuche, bei welchen ich eine zu kleine Kupfertafel benützt hatte, ein dem Ergebnis der Versuche über die Reflexion an Dielektricis und den Folgerungen aus der elektromagnetischen Lichttheorie widersprechendes Resultat lieferten.

Ich lasse nunmehr die Beschreibung der wichtigsten Versuche folgen.

42. Versuche über die Metallreflexion. — *Versuch a*). Das Ergebnis ist dasselbe wie beim Versuch a) des § 40.

Versuch b). Aehnelt dem Versuch b) des § 40 bis auf den einen Umstand, dass mit einem neuen und sehr empfindlichen Resonator immer Funken erhalten werden. Es zeigt sich also, dass für das Kupfer der Koeffizient k beim Haupteinfallswinkel, welcher ungefähr $= 81^0$ gefunden wird, nicht verschwindet, sondern lediglich durch ein Minimum hindurchgeht. Nach Jamin[1]) variiert der Haupteinfallswinkel des Kupfers von etwa 67^0 für die violetten bis etwa 71^0 für die roten Strahlen. Es war deshalb natürlich, dass für die elektrischen Wellen ein noch grösserer Wert gefunden wurde.

Versuch c). Derselbe verläuft ähnlich wie der Versuch c) des § 40: wenn die einfallenden Schwingungen unter einem Winkel α (Fig. 26) gegen die Vertikale geneigt sind, so muss man dem Resonator, um das Maximum der Funken in demselben zu erhalten, eine Neigung β gegen die Vertikale geben und zwar nach rechts für alle Einfallswinkel unterhalb der Hauptinzidenz, nach links für alle Einfallswinkel oberhalb derselben; dabei ist dem absoluten Betrage nach stets β kleiner als α.

Zu beachten ist jedoch, dass die von einem Metalle reflek-

[1]) Ann. de Chim. et de Phys. 3. sér. t. 22, p. 211.

tierten Lichtschwingungen stets elliptisch polarisiert sind, weil die Phasendifferenz φ, welche zwischen der parallel zur Reflexionsebene und der senkrecht zur Reflexionsebene gerichteten Komponente der einfallenden Schwingung zu Stande kommt, beim Variieren des Einfallswinkels i zwischen 0^0 und 90^0 kontinuierlich von 0 bis π wächst und beim Hauptein fallswinkel den Wert $\pi/2$ annimmt, wogegen im Falle der Reflexion an einem transparenten Körper φ erst für Werte von i, welche dem Polarisationswinkel sehr nahe sind, rasch von 0 bis π variiert. Wenn bei der elektromagnetischen Erscheinung dasselbe stattfindet, so muss das Azimut des Resonators, für welches die stärksten Funken erhalten werden, eben dasjenige sein, welchem die grosse Axe der elliptischen reflektierten Schwingung entspricht.

Es lässt sich jedoch leicht nachweisen — obschon dies, so weit mir bekannt, noch nicht ausdrücklich hervorgehoben worden ist — dass auch im Falle der Reflexion des Lichtes an einem Metalle, wenn man für β den Winkel nimmt, welchen die grosse Axe der reflektierten elliptischen Schwingung mit der Senkrechten zur Reflexionsebene einschliesst, dieser Winkel beim Variieren des Einfallswinkels Zeichen und Grösse in derselben Weise ändert wie im Falle der Reflexion an einem transparenten Körper. Das heisst also: 1) dass β das negative oder positive Vorzeichen hat, je nachdem der Einfallswinkel kleiner oder grösser ist als die Hauptinzidenz; 2) dass dem absoluten Betrage nach β stets kleiner ist als α (vgl. Beilage *E*). Demnach ist das Ergebnis dieses Versuches c) vollkommen ähnlich demjenigen des entsprechenden optischen Versuches.

Versuch d). Durchaus ähnlich dem Versuche d) des § 40.

Versuch e). Identisch dem entsprechenden Versuche mit einem Dielektrikum. Er gelingt nur dann gut, wenn ein langer Reflektor verwendet wird und der Resonator sich in sehr grosser Entfernung befindet, damit derselbe auch bei grossen Einfallswinkeln keine direkte Einwirkung seitens des Oszillators erfahren kann. Ist diese Bedingung nicht erfüllt,

so wird das Resultat durch eine bereits (§ 25) erklärte Interferenzwirkung umgekehrt

43. Elliptische Reflexion. — Mittels der Versuchsanordnung der Fig 27 gelingt es, die elliptische Polarisation der reflektierten Schwingungen nachzuweisen und somit die Analogie mit den optischen Erscheinungen zu vervollständigen.

Es empfiehlt sich, den Winkel α (Fig. 26) wenig verschieden von 45^0 zu machen, einen der Hauptinzidenz sehr nahen Einfallswinkel, ungefähr 81^0, zu wählen und einen neuen und sehr empfindlichen Resonator zu benutzen, den man erst dann in den Reflektor einsetzt, nachdem man zuvor den Apparat mit einem anderen Resonator ungefähr in das dem Funkenminimum entsprechende Azimut gebracht hat. Diese Vorsichtsmaassregel soll verhüten, dass in dem neuen Resonator starke Funken entstehen und dessen Empfindlichkeit unnötigerweise rasch herabdrücken.

Es zeigt sich nun, dass bei jeder Orientierung des Resonators Funken, wenn auch von verschiedener Intensität, in demselben auftreten, was nicht der Fall sein würde, wenn geradlinige Schwingungen den Resonator träfen. (S. darüber § 9d). Die Intensität des Effekts variiert, wenn man den Resonator um seine Axe dreht Bei einer vollständigen Drehung konstatiert man zwei Maxima und zwei Minima, welche zweien zu einander orthogonalen Orientierungen entsprechen. Es sind dies die Richtungen der Axen der elliptischen Schwingung.

Giebt man dem Azimut α einen passenden grösseren Wert als 45^0 — bei meinem Reflektor etwa 59^0 — so wird, wenn i der Haupteinfallswinkel ist, die Intensität der Funken im Resonator nahezu konstant und von der Orientierung des letzteren unabhängig. In diesem Falle ist die reflektierte Schwingung kreisförmig geworden.

Auf diese Weise habe ich zum ersten Male einen Strahl elektrischer Kraft mit kreisförmigen Schwingungen erhalten[1]).

[1]) Anfang August 1893 veröffentlichte ich den Versuch, durch welchen ich zum ersten Male elektromagnetische Wellen erhielt, die ein Analogon zu den Lichtwellen mit zirkularen oder elliptischen Schwingungen darboten;

Später werde ich angeben, wie man einen solchen Strahl bequemer unter Benutzung der Totalreflexion (s. § 49) oder doppelbrechender Platten (s. § 50 und 53) gewinnen kann.

Mit einem der in § 48 zu beschreibenden Prismen, deren Basis ein Parallelogramm oder ein Trapez ist, habe ich nachweisen können, dass der reflektierte Strahl in dem letzten Versuche zirkularpolarisiert ist.

Zu diesem Zwecke liess ich den reflektierten Strahl nicht direkt zum Resonator gelangen, sondern senkrecht durch eine der Seitenflächen ab des Paraffinprismas mit trapezförmiger Basis abcd eintreten. Dieses Prisma bildet ein Analogon zu einem der bekannten Fresnel'schen Parallelepipede, welche unter bestimmten Bedingungen einen Strahl mit geradlinigen Schwingungen in einen solchen mit kreisförmigen Schwingungen oder umgekehrt verwandeln können Nach drei Totalreflexionen innerhalb des Prismas tritt der Strahl senkrecht durch die Fläche cd aus und trifft erst dann den Resonator. Dreht man den letzteren um seine Axe, so erkennt man, dass der Strahl sich verhält, wie wenn er direkt von einem um 45^0 nach rechts von der Vertikalen geneigten Oszillator käme; denn die Funken im Resonator zeigen ein Maximum für $\beta = -45^0$ und verschwinden für $\beta = +45^0$. Und dies musste die Beobachtung in der That ergeben, falls der Strahl beim Eintritt in das Paraffin kreisförmige Schwingungen hatte.

Bei der Wahl der Bezeichnung „Strahlen elektrischer Kraft mit elliptischen oder kreisförmigen Schwingungen“ habe ich mich ganz einfach an die Analogie mit den optischen Erscheinungen gehalten. Während aber die Fresnel'sche Theorie die Vorstellung wirklicher Bewegungen in elliptischen

---

den später (§ 49) zu beschreibenden Versuch, welcher dasselbe Ergebnis unter Benutzung der Totalreflexion liefert, publizierte ich im September desselben Jahres. Wesentlich später erhielt auch Zehnder (*Berichte der naturforschenden Gesellschaft zu Freiburg Bd. 9, Heft 2*) derartige Wellen mit Hilfe der Reflexion an zwei gekreuzten Gittern. In den Paragraphen 4 und 5 der Beilage *A* ist ferner ein Verfahren beschrieben, nach welchem zirkular oder elliptisch polarisierte Strahlen elektrischer Kraft mittels einer gleichförmigen Rotationsbewegung erhalten werden könnten.

oder kreisförmigen Bahnen einschliesst, enthält der Begriff der elektromagnetischen Lichttheorie keine derartigen Bewegungen, sondern nur periodische Änderungen der Intensität und Richtung der elektrischen und der magnetischen Kraft nach einem gewissen Gesetze, zu dessen Klarstellung die folgenden Betrachtungen dienen mögen.

In einem beliebigen Punkte des Dielektrikums, in welchem sich die von einem Oszillator ausgesandten Wellen ausbreiten, ist die Richtung der elektrischen sowohl wie der zu dieser stets senkrechten magnetischen Kraft konstant und ihre Intensität (in nicht zu kleiner Entfernung vom Oszillator) nach dem Sinusgesetze veränderlich. Pflanzen sich dagegen in dem Dielektrikum Wellen mit zirkularen Schwingungen fort, so bleiben die Intensitäten der beiden Kräfte konstant, während ihre Richtungen einer gleichförmigen Rotation in der Wellenebene unterliegen. In jedem Punkte existiert demnach gleichzeitig ein elektrisches und ein magnetisches Drehfeld.

Die Richtung desselben ist jedoch in einem bestimmten Augenblicke an verschiedenen Punkten längs der Fort pflanzungsrichtung der Wellen eine verschiedene. Und wenn wir uns die elektrischen (und analog die magnetischen) Kräfte, welche in einem gegebenen Augenblicke an den verschiedenen Punkten einer Wellennormale wirken, durch geradlinige Strecken dargestellt denken, so bilden die Endpunkte derselben eine Schraubenlinie, deren Axe eben jene Wellennormale und deren Ganghöhe durch die Wellenlänge gegeben ist.

Um eine Vorstellung davon zu gewinnen, wie die elektrische (und analog die magnetische) Kraft in aufeinander folgenden Augenblicken längs jener Wellennormale verteilt ist, brauchen wir nur anzunehmen, die besagte Schraube verschiebe sich in der Richtung ihrer Axe mit einer Geschwindigkeit, welche gleich der Fortpflanzungsgeschwindigkeit der Wellen ist.

Eine auf einem elliptischen Zylinder gezeichnete Schraubenlinie könnte in ähnlicher Weise die elektrischen und magnetischen Kräfte in einem Dielektrikum versinnlichen, in

welchem sich Wellen mit elliptischen Schwingungen ausbreiten. (S. darüber Beilage *F*). Längs einer in der Fortpflanzungsrichtung der Wellen gezogenen Geraden variieren die Kräfte sowohl der Richtung als der Intensität nach.

44. Reflexion an Holz und an krystallisiertem Gyps. — Wie bereits gezeigt wurde (§ 37), pflanzt das Holz im allgemeinen und unter den mir zur Verfügung stehenden Sorten besonders das Tannenholz die elektrischen Schwingungen mit verschiedener Intensität und Geschwindigkeit fort, je nachdem dieselben parallel oder senkrecht zu den Fasern stattfinden. Ich vermutete deshalb, dass analoge Verschiedenheiten sich auch bei der Reflexion der Wellen an diesem Material ergeben würden.

Für diese Versuche dienen zweckmässig parallelepipedische Tannenholzblöcke mit zwei zu den Fasern senkrechten Flächen. Die Blöcke, welche ich benutzte, hatten zwei zu den Fasern parallele quadratische Flächen von 40 cm Seitenlänge, während die anderen Kanten 5,7 oder 11,4 cm lang waren. Die Reflexion erfolgte an einer der grossen Flächen, indem der Block mit einer der kleinen Flächen auf den drehbaren Tisch der Fig. 3 aufgesetzt wurde. Je nach der Wahl dieser letzteren Fläche waren dann die Holzfasern vertikal oder horizontal, das heisst senkrecht oder parallel zur Reflexionsebene gerichtet.

Die Anwendung der Methode b) des § 9, das heisst also die Beobachtung des Winkels, um welchen der Resonator in jedem Falle gedreht werden musste, bis die Funken verlöschten, ergab, dass die Intensität der reflektierten Strahlung ausser von dem Einfallswinkel i und dem Azimut α (Fig. 26) der einfallenden Schwingungen auch von der Richtung der Holzfasern abhängig ist. Folgendes ist z. B. das Resultat einer Versuchsreihe mit dem 11,4 cm dicken Block und einem Einfallswinkel $i = 45^0$.

Die einfallenden Schwingungen waren zuerst parallel zur Reflexionsebene gerichtet, d. h. die Axe des Oszillators lag horizontal. Um die Funken zum Verlöschen zu bringen,

musste der Resonator, je nachdem die Holzfasern senkrecht oder wagerecht standen, um 13^0 oder um 32^0 aus der Horizontalstellung gedreht werden.

Demnach reflektiert das Holz in diesem Falle besser, wenn seine Fasern horizontal, als wenn sie vertikal gerichtet sind; das Amplitudenverhältnis in den beiden Fällen ist $= \cos 13^0 / \cos 32^0 = 1{,}15$.

Wurde nun dem Oszillator eine Drehung von 90^0 um seine Axe erteilt, so dass die einfallenden Schwingungen senkrecht, also normal zur Reflexionsebene, zu stehen kamen, so musste man den Resonator, um die Funken in demselben zum Verschwinden zu bringen, um 74^0 oder um 68^0 aus der Vertikalstellung drehen, je nachdem die Holzfasern vertikal oder horizontal gerichtet waren.

In diesem Falle reflektiert das Holz besser mit vertikalen Fasern. Das Amplitudenverhältnis beträgt 1,36; die Erscheinung ist demnach nicht allein umgekehrt, sondern auch schärfer ausgeprägt wie im vorigen Falle.

Ein Gitter aus parallelen Drähten würde sich wie das Holz verhalten, nur würde in den Fällen, in welchen die Reflexion am Holze lediglich ein Minimum der Intensität ergiebt, am Drahtgitter überhaupt keine Reflexion stattfinden. Es scheint also das besondere Verhalten des Holzes hauptsächlich davon herzurühren, dass seine Leitfähigkeit — wie dies Villari[1]) auf elegante Weise nachgewiesen hat — in der Richtung der Fasern bedeutend grösser ist als senkrecht zu denselben.

Durch eine Änderung des Einfallswinkels wird die Erscheinung nicht wesentlich modifiziert; nur scheint mit Zunahme desselben der Einfluss der Orientierung der Fasern geringer zu werden.

Da nun die Reflexion horizontaler Schwingungen durch horizontale Anordnung der Fasern, und die Reflexion vertikaler Schwingungen durch vertikale Anordnung der Fasern begünstigt wird, so muss, wenn die einfallende Schwingung

---

[1]) Pogg. Ann. Bd. 133 p. 400.

geneigt ist, die Orientierung der reflektierten Schwingung von der Richtung der Fasern abhängen. Und die Beobachtung zeigt dies in der That.

War z. B. $i = 45^0$ und $\alpha = 45^0$, waren also die einfallenden Schwingungen um 45^0 links von der Vertikalen geneigt, so fand sich das Azimut β der reflektierten Schwingung $= -10^0$ oder $= -28^0$, je nachdem die Fasern des Holzes vertikal oder horizontal gerichtet waren.

Bei einem Einfallswinkel $i = 60^0$ ergab sich in den beiden Fällen β bezw. $= +25^0$ und $+34^0$. Das positive Vorzeichen bedeutet, dass bei $i = 60^0$ der Haupteinfallswinkel überschritten war. Dem absoluten Werte nach war indessen β bei vertikalen Fasern stets kleiner als bei horizontalen.

Ähnlich wie das Holz verhält sich eine Selenitplatte, deren Flächen in der Hauptspaltungsrichtung liegen. Es wurde nur ein Versuch mit einer runden Platte von zirka 11,5 cm Durchmesser und 3,5 cm Dicke angestellt; derselbe ergab, dass bei 45^0 Einfallswinkel die reflektierten Strahlen eine merklich grössere Intensität besassen, wenn die einfallenden elektrischen Schwingungen parallel zur nichtfaserigen sekundären Spaltrichtung (vgl. § 52), als wenn sie normal zu derselben gerichtet waren.

Beobachtungen an anderen doppeltbrechenden Körpern würden sehr wahrscheinlich zu analogen Ergebnissen führen.

Sechstes Kapitel.

Brechung und Totalreflexion.

45. Prisma, planparallele Platte, Linsen. — Hertz's klassischer Versuch mit dem Asphaltprisma lässt sich mit den im ersten Teile dieses Buches beschriebenen Apparaten leicht wiederholen; da aber die Wellenlänge in diesem Falle viel kleiner ist, als bei dem Hertz'schen Versuche, so können ohne Nachteil auch die Dimensionen des Prismas viel kleinere sein. Für die Apparate vom Typus I z. B. braucht das Prisma, wie wir gesehen haben (§ 11), nicht grösser zu sein, als die in der Optik benutzten.

Das Prisma wird auf den drehbaren Tisch S (Fig. 3) in der Weise aufgesetzt, dass die Eintrittsfläche der Strahlen die Drehungsaxe des Tisches enthält; der Resonator befindet sich auf dem beweglichen Arm TU. An der Gradteilung des Tisches S wird der Einfallswinkel i, unter welchem die Strahlen in das Prisma eintreten, abgelesen und die auf das Brett PQ aufgetragene Teilung ergiebt den Ablenkungswinkel d. Bezeichnet A den brechenden Winkel des Primas, so liefert die, mittels einfacher geometrischer Betrachtungen gewonnene Gleichung

$$n^2 \sin^2 A = \sin^2 i + \sin^2 (d + A - i) + 2 \sin i \cos A \sin (d + A - i)$$

den Brechungsexponenten n des Materials, aus welchem das Prisma besteht.

Zur Berechnung von n ist demnach die Kenntnis der Winkel A, i und d erforderlich. Den ersteren berechnet man aus den gemessenen Seitenlängen des Prismas; in der Regel machte ich $A = 30^0$. Die Winkel i und d werden, wie

schon gesagt, an den Gradteilungen abgelesen, nachdem der drehbare Arm, welcher den Resonator trägt, unter Beobachtung der in § 9 c) gegebenen Normen in die Lage gebracht ist, in welcher die Funken im Resonator, die man von Zeit zu Zeit beobachtet, ihre grösste Intensität zeigen.

Mit Prismen aus Schwefel und Paraffin fand ich für n Werte, welche von den nach der Interferenzmethode (§ 24) bestimmten nur wenig abwichen. Um diese letzteren schwankten die einzelnen Zahlen, welche bei Wiederholung derselben Messung erhalten wurden. Ein Prisma aus Kolophonium ergab $n = 1{,}6$.

Mit den Apparaten I, II und III, also mit Wellenlängen von 2,6 bis zu 20 cm, fand ich für ein und dasselbe Prisma kein Anzeichen von Dispersion. Die kleinen Unterschiede, die bisweilen auftraten, waren viel geringer als die wahrscheinlichen Beobachtungsfehler.

Ein etwa 20 cm dicker Paraffinblock mit parallelen Endflächen muss, wenn man den Brechungsexponenten des Paraffins = 1,43 annimmt, den unter einem Einfallswinkel von 45^0 auf ihn fallenden Strahlen eine seitliche Verschiebung von etwa 6 cm erteilen. Dieselbe lässt sich experimentell nachweisen. Wird nämlich der Resonator genau dem Oszillator gegenübergestellt und dann der besagte Block zwischen beide gebracht, so beobachtet man eine geringe Abnahme der Funken; dieselben gewinnen aber ihre ursprüngliche Intensität wieder, wenn man den Resonator in dem vorausbestimmten Sinne seitlich um etwa 6 cm verschiebt.

Lodge und Howard fingen die Strahlen mit einer plankonvexen Zylinderlinse aus Kolophonium auf und erhielten Anzeichen einer Konzentrierung der Strahlen durch die Linse. Eine plankonvexe Zylinderlinse aus Paraffin gab mir genau die gleichen Resultate; nur kann dieselbe bei meinen Apparaten viel kleiner sein. Damit eine derartige Linse die parallelen Strahlen, welche normal auf ihre ebene Fläche fallen, genau in ihrer Brennlinie vereinige, muss der Querschnitt der Zylinderfläche ein Hyperbelbogen sein, dessen Exzentrizität gleich dem Brechungsexponenten des Materials

der Linse ist. Wenn dies der Fall ist, so konvergieren die Strahlen gegen eine zu den Mantellinien der Zylinderfläche parallele Gerade, welche den von dieser Fläche entfernteren Brennpunkt der Hyperbel enthält.

Ähnliche Wirkungen erhielt ich mit plankonvexen Linsen aus Paraffin und Schwefel, die nicht durch einen Zylinder, sondern durch eine Umdrehungsfläche begrenzt waren. Die Meridiankurve derselben war ein Stück einer Hyperbel; praktisch jedoch verhält sich, wie ich konstatierte, eine Linse, deren konvexe Fläche einer Kugel angehört, ganz ebenso. Auf diese Weise ähnelt der Versuch mehr dem entsprechenden optischen.

Eine plankonvexe Linse von 32 cm Öffnung, etwa 7 cm Dicke in der Mitte und 50 cm Brennweite liefert ganz befriedigende Wirkungen. In der That zeigt ein Resonator ohne Reflektor, welchen man mit der Hand jenseits der Linse verschiebt, ein lebhaftes Funkenspiel, wenn er sich in dem Kegel der durch die Linse gebrochenen Strahlen befindet, das heisst also in dem Kegel, dessen Basis die Linse und dessen Scheitel der Brennpunkt ist. Auch das Vorhandensein des divergierenden Kegels, welcher die Verlängerung des ersteren jenseits des Brennpunktes bildet, lässt sich konstatieren. Die Funken im Resonator sind merklich intensiver, wenn derselbe sich nahe zum Brennpunkt, als wenn er sich näher zur Linse befindet.

Andererseits hören freilich auch die Funken, ohne Zweifel infolge der Beugung, nicht sofort auf, wenn man den Resonator aus dem Strahlenkegel heraustreten lässt.

46. Polarisation durch Brechung. Plattensäule. — Wie in dem bereits untersuchten Falle der Reflexion, so verhalten sich auch bei der Brechung die elektrischen Strahlen naturgemäss wie polarisiertes Licht; und auch hier zeigt es sich, dass die elektrische Kraft auf der Polarisationsebene senkrecht steht.

Wie im Falle des Lichtes giebt eine einfache planparallele Platte wenig ausgeprägte, wenn auch immerhin sichtbare Er-

scheinungen. So braucht man nur auf den Tisch S der Fig. 3 zwischen den Oszillator und den Resonator eine dielektrische Platte vertikal aufzusetzen und sie durch die Drehung von S derart zu orientieren, dass die Strahlen schräge auf sie fallen: man erkennt dann, dass die Intensität der durchgelassenen Strahlung grösser ist, wenn die einfallenden Schwingungen parallel zur Einfallsebene stattfinden, als wenn sie normal zu derselben gerichtet sind. Ebenso erkennt man, dass die Schwingungen, wenn sie bei der Inzidenz weder parallel noch senkrecht zur Einfallsebene stattfinden, durch die Reflexion eine Drehung erfahren.

Wie bei dem optischen Versuche nehmen indessen die Wirkungen an Intensität zu, wenn man zwischen dem Oszillator

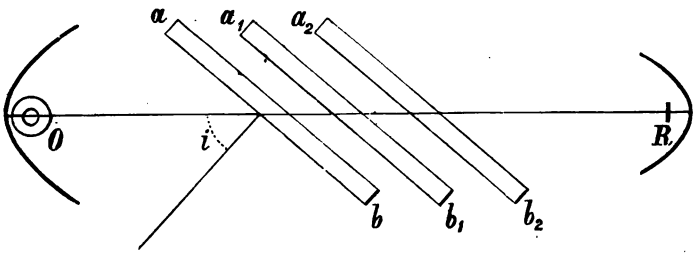


Fig. 28.

und dem Resonator anstatt einer dielektrischen Platte deren mehrere parallel zu einander aufstellt. Ein derartiges System können wir eine Plattensäule nennen, da es der bei optischen Versuchen als Polarisator oder als Analysator verwendeten Säule aus Glas- oder Glimmerplatten analog ist.

Drei Paraffinplatten geben bereits sehr deutliche Wirkungen. Die Platten, welche ich benutzte, waren 50 cm lang (Horizontaldimension), 20 cm hoch und 5 cm dick und waren in dünne Holzrahmen gefasst. Fig. 28 zeigt, wie die drei Platten a b, $a_1 b_1$ und $a_2 b_2$ zwischen dem Oszillator O und dem Resonator R vertikal und parallel zu einander aufzustellen sind. Den Einfallswinkel macht man $= 55^0$, nämlich angenähert gleich dem Polarisationswinkel des Paraffins.

Ist die Orientierung des Oszillators die in der Figur an-

gegebene, das heisst also finden die elektrischen Schwingungen senkrecht zur Brechungsebene statt, so erscheinen in R nur sehr schwache Funken; dagegen werden dieselben sehr lebhaft, wenn man O sowohl wie R um 90^0 um ihre in der Richtung OR gelegenen Axen dreht und somit die Schwingungen zur Brechungsebene parallel macht.

Man kann den Versuch abändern, indem man dem Oszillator eine feste Orientierung zwischen den beiden des vorigen Versuches, etwa ein Azimut von 45^0, giebt. Bringt man dann den Resonator abwechselnd in die Vertikal- und die Horizontalstellung, so beobachtet man in dieser letzteren ungleich lebhaftere Funken als in der ersteren. Und da nun in der ersteren Stellung des Resonators nur die Vertikalkomponente, und in der letzteren Stellung nur die Horizontalkomponente der einfallenden Schwingung zur Wirkung kommt, und da diese beiden Komponenten gleich gross sind, so zeigt der Versuch in dieser Form ganz dasselbe wie der zuvor beschriebene.

Lässt man dann den Oszillator im Azimut von 45^0 und sucht das Azimut der aus den Platten austretenden Schwingungen zu bestimmen, so konstatiert man, dass dieselben mit der Brechungsebene nicht mehr den ursprünglichen Winkel von 45^0, sondern einen kleineren einschliessen. Die Schwingungen nähern sich also der Brechungsebene, ganz wie dies auch bei dem entsprechenden optischen Versuche stattfindet. Macht man den Versuch, anstatt mit drei Platten, mit 7 oder 8, so werden die zur Brechungsebene senkrechten Schwingungen beinahe vollständig ausgelöscht; man erhält in der betreffenden Orientierung auch mit dem empfindlichsten Resonator keine Funken.

47. Totalreflexion. — Mit Paraffin- und Schwefelprismen, deren Querschnitt ein gleichschenklig-rechtwinkliges Dreieck bildete, erhielt ich aufs Deutlichste die Erscheinung der Totalreflexion.

Da die Brechungsexponenten dieser beiden Substanzen für die elektrischen Strahlen grösser als $\sqrt{2}$ sind, so ist der

Grenzwinkel für dieselben kleiner als 45° und ein rechtwinkliges Prisma aus diesen Substanzen muss mit den elektrischen Strahlen dieselbe Erscheinung geben, wie ein totalreflektierendes Glasprisma mit den Lichtstrahlen.

Bei den von mir benutzten Prismen waren die den rechten Winkel einschliessenden Flächen Quadrate von zirka 17 cm Seite. Natürlich könnten sie auch viel grösser sein, aber in der angegebenen Grösse entsprechen sie gut ihrem Zwecke, besonders mit den Apparaten vom Typus II, wofern

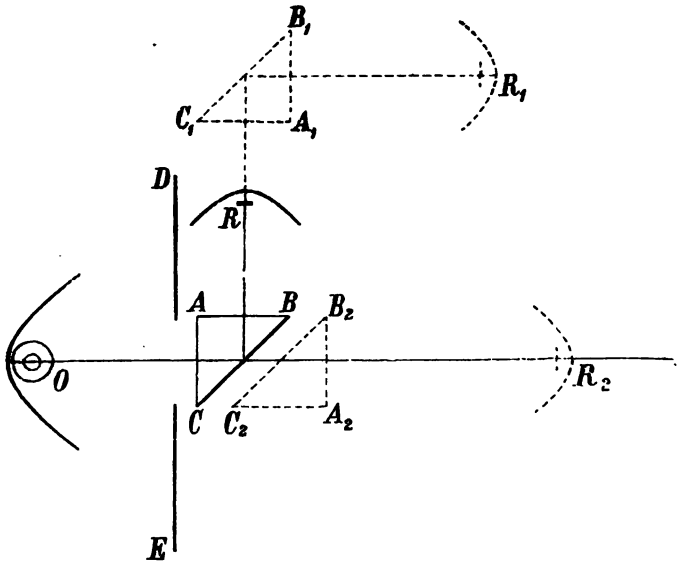


Fig. 29.

man das vom Oszillator O (Fig. 29) ausgehende Strahlenbündel durch einen Metallschirm DE mit kreisförmiger Öffnung von 14 cm Durchmesser passend einschränkt. Die Strahlen fallen senkrecht auf eine der Seitenflächen AC des rechten Winkels des Prismas ABC. Befindet sich dann der Resonator in R_2, so zeigt derselbe keine Funken und solche erscheinen auch nicht, wenn man ihn beliebig seitwärts verschiebt. Dagegen zeigt der Resonator lebhafte Funken, wie wenn er sich in R_2 befände und das Prisma beseitigt wäre, falls man

ihn nach R, gegenüber der zweiten Seitenfläche AB des rechten Winkels des Prismas, bringt. An der Hypothenuse CB findet sonach Totalreflexion statt. Wenn man nur die Hand oder besser eine dielektrische Platte mit der Fläche BC in Berührung bringt, so konstatiert man eine Abnahme der Funken, die Reflexion ist also nicht mehr total.

Man kann ein zweites Prisma $A_1 B_1 C_1$ so aufstellen, dass die Strahlen durch eine abermalige Totalreflexion eine Richtung erhalten, welche zu derjenigen parallel ist, die sie beim Austritt aus dem Oszillator hatten. Der Resonator wird nunmehr nach R_1 gebracht. Bei genügend grosser Entfernung zwischen den beiden Prismen kann man dann ohne Nachteil den Schirm DE beseitigen.

Interessante Erscheinungen erhält man, wenn man hinter dem Prisma ABC ein zweites $A_2 B_2 C_2$ von derselben Form derart aufstellt, dass beide, wenn ihre Hypothenusenflächen einander berührten, zusammen einen Würfel bilden würden.

So lange die Flächen BC und $B_2 C_2$ ziemlich weit von einander entfernt sind, ist keine Änderung bemerkbar, das heisst man erhält lebhafte Funken in R und gar keine in R_2. Wird jedoch der Abstand zwischen den beiden Prismen nach und nach verkleinert, so zeigt es sich, dass die Intensität der Funken in R successive abnimmt, während gleichzeitig in R_2 Funken von wachsender Intensität erscheinen. Wenn dann die Entfernung zwischen den beiden Prismen sehr klein geworden ist, so sind die Funken in R ganz verschwunden, diejenigen in R_2 dagegen sehr lebhaft geworden. Die beiden Prismen verhalten sich also, obschon sie nur sehr nahe zueinander, nicht aber mit einander in Berührung sind, wie ein ganzer Würfel.

Die Entfernung zwischen BC und $B_2 C_2$, bei welcher der Einfluss des zweiten Prismas bemerkbar zu werden beginnt, beträgt bei Benutzung der Apparate vom Typus II, deren Wellenlänge $\lambda = 10{,}6$ cm ist, etwa 5,3 cm. Diese Entfernung ist sonach ungefähr gleich der halben Wellenlänge.

Aus diesen Versuchen ergiebt sich, dass an den Erscheinungen der Reflexion und Brechung an der Trennungs-

fläche zweier verschiedener Körper diese beiden mit einer Dicke beteiligt sind, welche bei dem beschriebenen Versuche wenigstens eine halbe Wellenlänge beträgt Eine analoge Erscheinung wird ja übrigens auch beim Lichte beobachtet, wenn man die Hypothenusenflächen zweier totalreflektierender Glasprismen mit einander in Berührung bringt.[1])

Dem Versuche über die Totalreflexion habe ich noch eine andere Form gegeben, welche die bekannte optische Erscheinung der leuchtenden Springbrunnen nachahmt.

Es diente zu diesem Versuche ein langer, teilweise geradlinig und teilweise krummlinig begrenzter Paraffinblock, der durch Giessen von Paraffin in eine Rinne von der Form a b c f e d (Fig. 30) hergestellt wurde. Die Breite und die

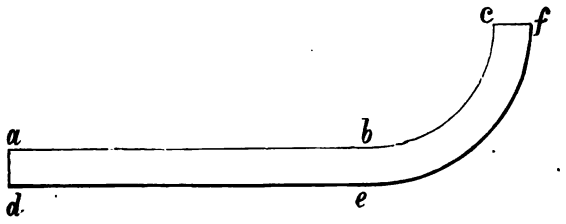


Fig. 30.

Tiefe der Rinne betrugen je 8 cm, der geradlinige Teil ab war 80 cm lang und die Quadranten ef und bc hatten resp. 40 und 32 cm Radius Die Gesamtlänge der Paraffinmasse von ad bis cf betrug demnach ungefähr 136 cm. Der Oszillator vom Typus I wurde einer der Grenzflächen ad oder cf gegenübergestellt und der zugehörige Resonator der anderen. Unter diesen Umständen wurden dann lebhafte Funken im Resonator beobachtet, obschon die Strahlen im Paraffin eine Entfernung zurückzulegen hatten, auf welche unter gewöhnlichen Verhältnissen die Schwingungen der Apparate I schon längst nicht mehr nachweisbar sind. Die Funken waren sogar so lebhaft, dass der Versuch wahrscheinlich auch

[1]) Quincke, Pogg. Ann. Bd. 127, p. 1 und 199.

gelungen wäre, wenn die Strecke im Paraffin noch etwas grösser gewesen wäre.

Bringt man die Hände oder andere Körper mit der Wandfläche ef des Paraffins in Berührung, so nehmen die Funken, wie vorauszusehen gewesen, rasch ab. Andererseits wird selbst ein sehr empfindlicher Resonator gar nicht erregt, wenn man ihn dem Paraffin an irgend einer anderen Stelle als der oben angenommenen nähert. Der Vorsicht halber empfiehlt es sich jedoch, zwischen das Paraffin und den Oszillator einen Metallschirm mit einer Öffnung zu bringen, welche kleiner ist als die Fläche, durch welche die Strahlen in das Paraffin eintreten sollen. Ohne diese Vorsicht könnte ein Resonator auch direkt vom Oszillator aus beeinflusst werden.

Der Versuch gelingt auch mit demselben Parraffinblock unter Benutzung der Apparate vom Typus II oder III. Natürlich aber könnte bei Anwendung dieser Apparate die Länge des Dielektrikums sehr gross sein.

48. Polarisation durch Totalreflexion. Konstruktion der betreffenden Prismen. — Wenn ein Strahl polarisierten Lichtes Totalreflexion erfährt, so ändert sich bekanntlich seine Phase und diese Änderung ist verschieden, je nachdem die Polarisationsebene zur Reflexionsebene parallel oder senkrecht steht. Daraus folgt, wenn die einfallende Schwingung gegen die Reflexionsebene geneigt ist, eine gewisse Phasendifferenz zwischen den beiden Komponenten der reflektierten Schwingung; somit hat das totalreflektierte Licht im allgemeinen elliptische Schwingungen.

Ist δ die besagte Phasendifferenz, wenn die Totalreflexion unter dem Einfallswinkel i innerhalb eines Körpers vom Brechungsexponenten n erfolgt, so besteht zwischen diesen Grössen die Gleichung[1]):

$$4n^2 \sin^2 i =$$
$$(n^2+1)(1+\cos\delta) \pm \sqrt{(1+\cos\delta)[(n^2+1)^2(1+\cos\delta) - 8n^2]},$$

[1]) S. z. B. Billet, Traité d'Optique physique t. II, p. 112.

welche den Wert des zur Erzeugung einer gewissen Phasendifferenz δ zwischen den beiden Schwingungskomponenten erforderlichen Einfallswinkels i zu berechnen gestattet.

Ist die Schwingung unter 45^0 gegen die Reflexionsebene geneigt, so lässt sie sich in zwei gleiche Komponenten in der Reflexionsebene und senkrecht zu derselben zerlegen, und wenn ausserdem der Einfallswinkel i der Bedingung genügt, dass $\delta = \pi/2$ wird, das heisst, dass die Phasendifferenz zwischen den beiden Komponenten einem Gangunterschied von einem Viertel Wellenlänge entspricht, so erhält der reflektierte Strahl kreisförmige Schwingungen.

Auf diese Weise erhielt Fresnel durch Totalreflexion Strahlen mit kreisförmigen Schwingungen, und auf die gleiche Weise ist es mir gelungen, auch Strahlen elektrischer Kraft mit solchen Schwingungen zu erzeugen. Um Strahlen mit elliptischen Schwingungen zu bekommen, genügt es dann, die Gleichheit der Amplituden der beiden Komponenten aufzuheben, indem man der einfallenden Schwingung eine von 45^0 verschiedene Neigung giebt.

Macht man in der obigen Formel $\delta = \pi/2$, so finden sich reelle Werte für i nur unter der Bedingung, dass $(n^2 + 1)^2 > 8n^2$. Von den zu dem Versuche geeigneten transparenten Körpern hat keiner einen Brechungsexponenten, welcher dieser Ungleichung genügt und ebensowenig genügen derselben die Brechungsexponenten 1,43 und 1,87 des Paraffins und des Schwefels für die elektrischen Wellen. Durch eine einzige Totalreflexion lässt sich also die Zirkularpolarisation nicht erzielen; Fresnel benutzte deshalb zwei, drei oder noch mehr aufeinanderfolgende Totalreflexionen mit gemeinsamer Reflexionsebene, indem er i derart wählte, dass δ jedesmal gleich der Hälfte, dem Drittel u. s. w. von $\pi/2$ wurde; zu demselben Verfahren musste auch ich greifen, um die bezeichneten Dielektrika gebrauchen zu können.

Nur sind beim Paraffin mindestens drei Totalreflexionen erforderlich, während beim Schwefel deren zwei genügen. In der That ist, wenn $\delta = \pi/4$ genommen wird, der Wert des Wurzelausdrucks in obiger Formel nur dann reell, falls

$$(n^2 + 1)^2 \left(1 + \cos \frac{\pi}{4}\right) > 8n^2$$

ist; und diese Bedingung ist erfüllt, wenn man für n den Brechungsexponenten des Schwefels, nicht aber wenn man denjenigen des Paraffins einsetzt. Durch Giessen in geeignete

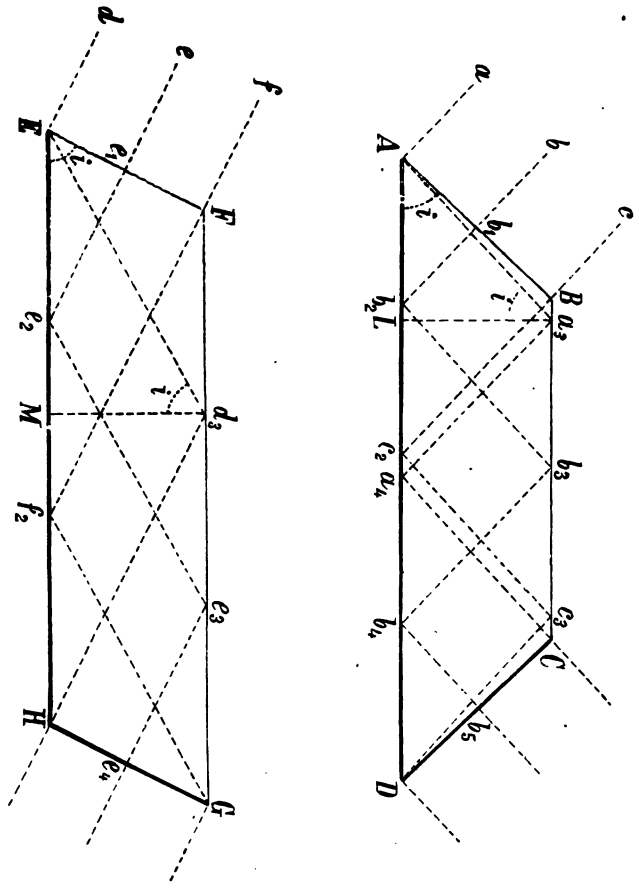


Fig. 31.

Formen habe ich nun je einen prismatischen Paraffin- und Schwefelblock hergestellt; die Basis des ersteren bildet ein gleichschenkliges Trapez ABCD (Fig. 31), diejenige des letzteren ein Parallelogramm EFGH. Das Schwefelprisma

wurde so belassen, wie es aus der Form herauskam, das Paraffinprisma dagegen wurde, um seine Flächen recht eben und glatt zu machen und den Winkeln genau die erforderliche Grösse zu geben, sorgfältig abgehobelt.

In das Paraffinprisma treten die parallelen Strahlen wie aA, bb_1 und cB senkrecht durch die Fläche AB ein, erfahren in Ab_2c_2 unter einem Einfallswinkel i, der offenbar gleich dem Winkel BAD ist, eine erste Totalreflexion, dann eine zweite in $a_3b_3c_3$, eine dritte in a_4b_4D und treten endlich senkrecht durch die Fläche CD aus.

In das Schwefelprisma treten die parallelen Strahlen wie dE, ee_1 und fF senkrecht durch die Fläche EF ein, sie erfahren eine erste Totalreflexion in Ee_2f_2, eine zweite in d_3e_3G und treten dann senkrecht durch die Fläche GH aus.

Die beiden Prismen wirken demnach genau wie die bekannten Fresnel'schen Parallelepipede.

Ihre Dimensionen habe ich auf folgende Weise berechnet.

Für das Paraffinprisma ABCD berechnete ich zuerst den Einfallswinkel i, indem ich in der obigen Formel $\delta = \pi/6$ und $n = 1{,}43$ setzte. Mit diesen Zahlen giebt die Formel (wegen des doppelten Vorzeichens) $i = 67^0 45'$ und $i = 46^0 52'$. Bei dem optischen Versuche wählt man, um kleinere Dispersion zu bekommen, den grösseren der beiden Werte von i. Da hier kein derartiger Grund besteht, so zog ich den Wert $i = 46^0 52'$ vor, weil dadurch bei derselben Grösse der Ein- und Austrittsfläche der Strahlen das Prisma ein kleineres Volumen erhält als bei dem anderen Werte von i.

Bezeichnet nun a die Länge der Seiten AB und CD des Trapezes, so ergiebt sich aus der Figur die Höhe desselben $a_3L = a \sin i$ und die Länge der beiden Grundlinien

$$AD = 4\,AL - Ba_3; \quad BC = 2\,AL + Ba_3.$$

Nun ist

$$AL = a \sin^2 i / \cos i; \quad Ba_3 = AL - a \cos i;$$

und daraus folgt:

$$AD = a \frac{3 \sin^2 i + \cos^2 i}{\cos i};$$

$$BC = a \frac{3 \sin^2 i - \cos^2 i}{\cos i}.$$

Bei meinem Prisma war a = 27,2 cm; es findet sich also a_3L = 19,86 cm, AD = 82,14 cm und BC = 44,98 cm. Da ich ferner die Höhe dieses Prismas, dessen Basis durch ABCD dargestellt ist, ebenfalls = a machte, so ergiebt sich für den Rauminhalt die Formel $3a^3 \sin^3 i / \cos i$ oder in Zahlen 34320 ccm.

Für das Schwefelprisma ist in der Formel $\delta = \pi/4$ und n = 1,87 zu setzen. Für i finden sich dann die Werte 33°49′ und 62°34′, von welchen ich den letzteren wählte. Da ich ferner die Ein- und Austrittsflächen der Strahlen quadratisch mit 23 cm Seite machen wollte, so findet sich EF = GH = a = 23 cm. Die Höhe d_3M und die grossen Seiten des Parallelogramms sind durch die Formeln

$$d_3M = a \sin i, \quad EH = 2a \sin^2 i / \cos i,$$

das Volumen des Prismas durch die Formel $2a^3 \sin^3 i / \cos i$ gegeben. Mit den für a und i zu Grunde gelegten Werten findet sich d_3M = 20,4 cm, EH = 78,7 cm und das Volumen = 36940 ccm.

Diese Dimensionen wählte ich dann endgültig für die beiden Prismen, mit welchen die im folgenden Paragraphen zu beschreibenden Versuche angestellt wurden.

49. Zirkulare und elliptische Polarisation durch Totalreflexion. — Um einen zirkularpolarisierten Strahl zu erhalten, muss man eines der beschriebenen Prismen in der Weise vor den Oszillator bringen, dass die von dem Reflektor des letzeren ausgehenden Strahlen senkrecht auf die Fläche AB oder EF des Prismas fallen. Gegenüber der Fläche CD oder GH stellt man den Resonator mit seiner Drehungsaxe senkrecht zu dieser Fläche und mithin in der Richtung der aus der Fläche austretenden Strahlen auf. Benutzt man das Schwefelprisma mit zweimaliger Reflexion, so sind die aus der Fläche GH austretenden Strahlen parallel zu den einfallenden Strahlen gerichtet und es kann dann vorkommen, dass der Resonator durch Strahlen erregt wird, welche neben

dem Prisma vorbeigegangen sind. Um dies zu verhindern, braucht man nur zwischen Oszillator und Prisma, und zwar sehr nahe zu dem letzteren, einen grossen Metallschirm mit einer Öffnung, die sich vor der Fläche EF befindet und nicht grösser ist als diese, aufzustellen. Bei dem Prisma mit drei Reflexionen ist der Schirm überflüssig. Dies bildet einen kleinen Vorteil. Aber auch hiervon abgesehen ist das Prisma aus Paraffin demjenigen aus Schwefel hinsichtlich der Reinheit und Schärfe der mit demselben zu beobachtenden Erscheinungen überlegen.

Nachdem so eines der Prismen aufgestellt ist, neigt man den Oszillator so weit, dass seine geometrische Axe einen Winkel von 45° mit der Basisebene des Prismas einschliesst; zu dieser letzteren ist die Ebene, in welcher die Reflexionen innerhalb des Prismas stattfinden, parallel. Beobachtet man dann die Funken im Resonator, während man denselben um seine Axe dreht, so zeigt es sich, dass dieselben eine konstante Intensität bewahren, wie dies der Fall sein muss, wenn infolge der Totalreflexionen innerhalb des Prismas die austretenden Strahlen zirkularpolarisiert sein sollen.

Lässt man die zirkularpolarisierten Strahlen, welche das Prisma verlassen, in ein anderes eintreten, welches gleichfalls darauf eingerichtet ist, einen Strahl mit geradlinigen Schwingungen in einen mit kreisförmigen Schwingungen zu verwandeln, so findet die entgegengesetzte Umwandlung statt und beim Austritt aus dem zweiten Prisma besitzt der Strahl wiederum geradlinige Schwingungen, die unter 45° gegen die Reflexionsebene geneigt sind. Man kann diesen Versuch z. B. in der Weise ausführen, dass man die Strahlen zuerst das Schwefel- und dann das Paraffinprisma passieren lässt. Der Resonator, welcher die aus dem zweiten Prisma austretenden Strahlen empfängt, zeigt dann in der That lebhafte Funken, wenn er nach einer gewissen Seite um 45° gegen die Reflexionsebene geneigt ist, während die Funken immer schwächer werden, wenn man ihn um einen wachsenden Winkel aus dieser Lage entfernt.

Die beschriebenen Prismen gestatten auch festzustellen,

ob ein Strahl elektrischer Kraft zirkularpolarisiert ist; zu diesem Zwecke haben dieselben mir in der That bei einem Versuche des § 43 gedient.

Wenn bei dem vorhin geschilderten Versuche die in das Prisma eintretenden Schwingungen mit der Ebene der Totalreflexionen einen Winkel von 0^0 oder 90^0 einschliessen, so muss die Strahlung aus Symmetriegründen ihre geradlinige Schwingung beibehalten. Der Versuch bestätigt dies, da der Resonator sich unter diesen Umständen bis auf die Intensität der Wirkung ganz ebenso verhält, wie wenn das Prisma entfernt wäre und die Strahlen vom Oszillator direkt zum Resonator gelangten.

Ist endlich der Winkel der einfallenden Schwingungen mit der Reflexionsebene sowohl von 0^0 und 90^0, wie auch von 45^0 verschieden, so sind die Schwingungen des austretenden Strahles elliptisch. Von den Axen der Ellipse liegt die eine parallel, die andere senkrecht zur Reflexionsebene und die Ellipse selbst wird eine um so flachere sein, je weniger der erwähnte Winkel von 0^0 oder 90^0 verschieden ist. Die grössere Axe der Ellipse liegt parallel oder senkrecht zur Reflexionsebene, je nachdem der besagte Winkel kleiner oder grösser ist als 45^0.

All dies wird durch die Beobachtung bestätigt. Wenn der Winkel zwischen den einfallenden Schwingungen und der Reflexionsebene nur sehr wenig von 0^0 oder von 90^0 verschieden ist, so lässt es sich allerdings nur schwer entscheiden, ob die Schwingungen elliptisch oder geradlinig sind; in allen übrigen Fällen jedoch zeigt der Resonator in der That unter jedem Azimut Funken und diese haben ein Maximum der Intensität, wenn der Resonator parallel oder senkrecht zur Reflexionsebene steht, und ein Minimum in der zur vorigen senkrechten Orientierung.

Ein zweites Prisma hinter dem ersten stellt die geradlinige Polarisation wieder her. Die austretenden Schwingungen sind also geradlinig und gegen die Reflexionsebene unter einem Winkel geneigt, welcher dem Winkel der ein-

fallenden Strahlen mit der Reflexionsebene gleich und entgegengesetzt ist. Dies ist leicht zu kontrolieren; die Analogie mit den optischen Erscheinungen ist also auch hier eine vollständige.

Siebentes Kapitel.

Doppelbrechung.

50. Doppelbrechung durch das Holz. — Die Erscheinung der Doppelbrechung der elektromagnetischen Wellen erhielt ich zum ersten Male zu Anfang des Jahres 1894.[1]) Das Material, mit welchem ich dieselbe hervorbrachte, war Tannenholz, welches sich jenen Wellen gegenüber ebenso verhält wie ein doppelbrechender Krystall den Lichtwellen gegenüber.

Mack, der damals ohne Zweifel meine Arbeit noch nicht kannte, publizierte[2]) danach den meinigen ähnliche Versuche, deren Resultate mit den von mir gefundenen vollkommen übereinstimmten.

Später erhielten Garbasso[3]), Lebedew[4]) und J. C. Bose[5]) die Doppelbrechung der elektromagnetischen Wellen unter Benutzung von Krystallen anstatt des Holzes.

Ohne Apparate, welche, wie die im ersten Teile dieses Buches beschriebenen, elektrische Schwingungen von sehr kleiner Wellenlänge zu liefern vermögen, wären alle diese Versuche wohl nicht gut auszuführen gewesen. In der That müssten Holztafeln, welche die Doppelbrechung von mehrere Dezimeter langen Wellen zeigen sollten, schon sehr unbequeme Dimensionen erhalten; Krystalle von der für diesen Zweck

---

[1]) Memorie della R. Acc. di Bologna, 5. ser., t. 4, p. 487.

[2]) Wied. Ann. Bd. 54, p. 342. 1895.

[3]) Atti della R. Acc. di Torino, t. 30, 19. Mai 1895.

[4]) Wied. Ann. Bd. 46, p. 1. 1895.

[5]) Naturw. Rundschau 1896 p. 191.

erforderlichen Grösse würden überhaupt kaum zu beschaffen sein.

Dass das Holz die elektromagnetische Strahlung in verschiedenem Maasse absorbiert, je nachdem seine Fasern zur Richtung der elektrischen Kraft in den Wellen senkrecht oder parallel liegen, habe ich bereits (§ 37) sowohl durch direkte Messungen, als auch durch einen einfachen Demonstrationsversuch nachgewiesen. Dieser letztere gestattet gleichzeitig zu zeigen, dass das Holz die Wellen in den beiden Fällen mit verschiedener Geschwindigkeit fortpflanzt und dass dasselbe folglich für diese Wellen doppelbrechend ist.

Bei jenem Versuche ist nämlich eine parallel zu den Fasern geschnittene Holztafel zwischen Oszillator und Resonator derart aufgestellt, dass die Holzfasern mit der geometrischen Axe des Oszillators einen Winkel von 45^0 bilden. Dreht man nun den Resonator um seine Rotationsaxe, so zeigt es sich, dass im allgemeinen die Funken niemals ganz verschwinden, sondern nur in zwei zu einander rechtwinkligen Orientierungen des Resonators ein Maximum und ein Minimum der Intensität darbieten.

Demnach haben die Wellen, wenn sie bei diesem Versuche aus dem Holze austreten, im allgemeinen keine geradlinige Schwingungen mehr, wie vor dem Eindringen in diesen Körper, sondern elliptische Schwingungen, wie sie unter bestimmten Bedingungen durch Metallreflexion (§ 43) oder Totalreflexion (§ 49) erhalten werden.

Das Holz verhält sich mithin ganz wie bei dem analogen optischen Versuche eine doppeltbrechende Platte auf der Bahn der Lichtstrahlen.

Wiederholt man den Versuch, nachdem man die Holztafel in ihrer Ebene um 45^0 gedreht hat, so dass ihre Fasern senkrecht oder parallel zum Oszillator zu liegen kommen, so zeigt es sich, dass die austretenden Wellen die geradlinige Polarisation, die sie vor dem Eintritt in das Holz gehabt hatten, bewahrt haben. Die Wirkung auf den Resonator verschwindet nämlich in diesem Falle ganz, wenn man

denselben transversal, das heisst senkrecht zum Oszillator orientiert.

Demnach müssen sich, wenn man den Resonator dauernd in dieser Transversalstellung belässt, und dem Holze eine vollständige Drehung innerhalb seiner Ebene erteilt, zwei zu einander rechtwinklige Orientierungen seiner Fasern finden, in welchen, ganz wie wenn das Holz überhaupt nicht da wäre, jede Wirkung auf den Resonator fehlt, und zwei andere Orientierungen, welche gegen die vorigen um 45^0 geneigt sind und die intensivsten Funken im Resonator ergeben. Bezeichnet man auf dem Holze die zum Oszillator parallelen Richtungen, in welchen keine Einwirkung auf den Resonator stattfindet, so finden sich zwei zu einander senkrechte Gerade, welche man, wie bei dem analogen optischen Versuche, *Extinktionslinien* nennen kann. Eine dieser Linien ist demnach parallel, die andere senkrecht zu den Fasern. Wenn der Oszillator zu keiner dieser beiden Extinktionslinien parallel gelagert ist, so sind die austretenden Strahlen im allgemeinen elliptisch polarisiert.

Die Elliptizität der Strahlung, welche in diesem Falle aus dem Holze austritt, hängt von der Dicke der benutzten Tafel ab. Nehmen wir wieder an, die Fasern seien um 45^0 gegen die geometrische Axe des Oszillators geneigt. Ist die Tannenholztafel ziemlich dünn, etwa 3 cm dick, so ist die Elliptizität sehr wenig ausgeprägt und jedenfalls ist das Azimut der grossen Axe der Ellipse nur wenig von demjenigen der einfallenden Schwingungen verschieden. Nimmt man das Holz immer dicker, so wird die Ellipse immer weniger exzentrisch, was daran zu erkennen ist, dass der Unterschied zwischen der Intensität der Funken, die im Resonator erscheinen, wenn derselbe parallel zur grossen oder zur kleinen Axe der Ellipse gelagert ist, immer mehr abnimmt. Zugleich nähert sich die grosse Axe der Ellipse immer mehr der zu den Fasern senkrechten Richtung.

Bei einer 13,7 cm dicken Holzplatte liegt die grosse Axe sehr nahe senkrecht zu den Fasern. Verkleinert man dann den Winkel, den die einfallenden Schwingungen mit der

Richtung der Fasern bilden, von 45° bis auf etwa 22°, so beobachtet man beim Variieren des Azimuts des Resonators keine merkliche Verschiedenheit mehr in den Funken und die aus dem Holze austretende Strahlung hat daher angenähert kreisförmige Schwingungen. Die 13,7 cm dicke Holzplatte erzeugt demnach zwischen den Komponenten der einfallenden Schwingung nach den Extinktionsrichtungen einen Gangunterschied $= \pi/2$; folglich kann sie als eine Viertelwellen-Platte gelten.

Um mich davon zu überzeugen, dass bei dem letzten Versuche die Strahlen beim Verlassen der 13,7 cm dicken Tannenholzplatte in der That zirkularpolarisiert sind, nahm ich folgenden Versuch vor. Der Oszillator wurde vertikal gestellt und die Holzfasern wurden unter einem Winkel von 22° mit der Vertikalen orientiert; darauf liess ich die austretenden Strahlen, bevor sie auf den Resonator fielen, das in § 48 beschriebene totalreflektierende Paraffinprisma passieren. Ich konstatierte dann ein Maximum der Funken im Resonator, wenn derselbe nach einer gewissen Seite um 45° von der Vertikalen geneigt war, und das Verschwinden der Funken in demselben, wenn die Neigung 45° nach der entgegengesetzten Seite betrug. Beim Verlassen des Prismas hatten also die Strahlen angenähert geradlinige Schwingungen, beim Austreten aus dem Holze mussten sie sonach zirkularpolarisiert sein.

Eine Tannenholztafel von noch grösserer, etwa von 17 cm Dicke (dieselbe kann aus zwei oder mehreren Platten mit parallelen Fasern zusammengesetzt sein) liefert wiederum elliptische Polarisation.

All dies ist vollkommen analog zu den optischen Beobachtungen an einer doppeltbrechenden Platte, welche die Strahlen in verschiedenem Maasse absorbiert, je nachdem dieselben parallel zu der einen oder anderen ihrer Extinktionsrichtungen polarisiert sind.

Betrachten wir in der That einen Strahl mit vertikalen Schwingungen, der eine doppeltbrechende Platte, deren Extinktionsrichtungen unter 45° geneigt sind, durchsetzen soll;

und nehmen wir an, dass die Schwingungskomponenten nach diesen Extinktionsrichtungen von der Platte ungleich stark absorbiert werden. Es sei m die Amplitude der Komponente, deren Richtung um 45^0, und zwar in entgegengesetztem Sinne wie die Drehung des Uhrzeigers, von der Vertikalen abweicht, bei ihrem Austritt aus der Platte; ebenso sei n die Amplitude der anderen Komponente beim Austritt. Nehmen wir an, es sei $m > n$, so handelt es sich um den Fall des Holzes, dessen Fasern um 45^0 im Sinne des Uhrzeigers von der Vertikalen abweichen.

Bezeichnen wir endlich mit φ die Phasendifferenz, welche zwischen den beiden Komponenten entsteht, mit a und b die Halbaxen der austretenden elliptischen Schwingung, wobei $b > a$ sein soll, und mit β den im Sinne des Uhrzeigers gemessenen Winkel der grossen Axe der Ellipse mit der Vertikalen. Wird der Kürze halber

$$\rho = \sqrt{(m^2 - n^2)^2 + 4\, m^2\, n^2 \cos^2 \varphi}$$

gesetzt, so finden wir leicht:

$$\frac{a^2}{b^2} = \frac{m^2 + n^2 - \rho}{m^2 + n^2 + \rho},$$

$$\operatorname{tg} \beta = \frac{2m\, n \cos \varphi - \rho}{m^2 - n^2}\,^{1}).$$

---

[1]) Es sei $\sin \vartheta$ die einfallende vertikale Schwingung. Ihre Komponenten nach den Extinktionsrichtungen betragen beim Eintritt in die Platte

$$\frac{1}{\sqrt{2}} \sin \vartheta \quad \text{und} \quad \frac{1}{\sqrt{2}} \sin \vartheta$$

und beim Austritt aus derselben

$$\frac{m}{\sqrt{2}} \sin (\vartheta - \varphi) \quad \text{und} \quad \frac{n}{\sqrt{2}} \sin \vartheta.$$

Dieselben entsprechen einer horizontalen Komponente

$$x = -\frac{m}{2} \sin (\vartheta - \varphi) + \frac{n}{2} \sin \vartheta,$$

und einer vertikalen

$$y = \frac{m}{2} \sin (\vartheta - \varphi) + \frac{n}{2} \sin \vartheta.$$

Durch Elimination von ϑ ergiebt sich als Gleichung der austretenden elliptischen Schwingung:

$$x^2 (m^2 + n^2 + 2m\, n \cos \varphi) + y^2 (m^2 + n^2 - 2m\, n \cos \varphi) + 2\, xy\, (m^2 - n^2) = m^2\, n^2 \sin^2 \varphi.$$

Ist die Platte sehr dünn, so dass φ nahe $= 0$ ist, so findet sich $a^2/b^2 = 0$ und $\operatorname{tg}\beta = -(m-n)/(m+n)$.

Die austretende Schwingung ist demnach geradlinig; und da bei einer sehr dünnen Platte m und n nur sehr wenig von einander verschieden sind, so ist die Schwingung auch nahezu vertikal. Wäre $m = n$, das heisst also die Platte für Schwingungen in jedem Azimut gleich durchlässig, so wäre die austretende Schwingung vollkommen vertikal. Infolge der Verschiedenheit zwischen m und n ist sie geneigt und zwar entfernt sie sich von der Extinktionsrichtung, welcher n, das heisst die stärkere Absorption, entspricht.

Im Falle einer Viertelwellen-Platte hat man $\varphi = \pi/2$, und man findet $\beta = -45^0$, das heisst die grosse Axe der austretenden Schwingung steht senkrecht zu derjenigen Extinktionsrichtung, welcher die stärkere Absorption entspricht. Beim Holze ist also, wie auch aus den Versuchen ersichtlich, die grosse Axe der Ellipse senkrecht zu den Fasern. Wäre $m = n$, so wäre die austretende Schwingung bekanntlich zirkular.

Nehmen wir endlich an, wir hätten eine $\lambda/2$-Platte, es wäre also $\varphi = \pi$, so finden wir $a^2/b^2 = 0$ und $\operatorname{tg}\beta = -(m+n)/(m-n)$. Die austretende Schwingung ist also abermals geradlinig und liegt zwischen der Horizontalen und der zur Extinktionsrichtung mit stärkerer Absorption normalen Richtung. Wäre $m = n$, so würde die Schwingung bekanntlich horizontal gerichtet sein.

Neigt man, während $\varphi = \pi/2$ ist, die einfallende Schwingung nach der Extinktionslinie mit stärkerer Absorption zu, so kann man es dahin bringen, dass die Komponenten nach den beiden Extinktionsrichtungen beim Austritt aus der Platte die gleiche

---

Für die Halbaxen a und b dieser Ellipse und den Winkel β zwischen einer derselben und der Vertikalen findet sich:

$$\frac{a^2}{b^2} = \frac{m^2 + n^2 + \rho}{m^2 + n^2 - \rho}; \quad \operatorname{tg}\beta = \frac{2mn\cos\varphi}{m^2 - n^2 + \rho},$$

worin

$$\rho^2 = (m^2 - n^2)^2 + 4m^2n^2\cos^2\varphi$$

zu setzen ist.

Verfährt man nun ähnlich, wie es in Beilage *E* angegeben ist, um das Zeichen von ϱ so zu wählen, dass β der Winkel der grossen Axe der Ellipse mit der Vertikalen ist, so erhält man die oben im Text angegebenen Formeln.

Amplitude haben. Dann ist m = n und die austretende Schwingung, wie bei einer nicht absorbierenden Platte, zirkular. Es findet dies bei der 13,7 cm dicken Holzplatte statt, wenn die einfallende Schwingung einen Winkel von etwa 22° mit den Holzfasern bildet.

Die 13,7 cm dicke Holzplatte verhält sich also mehr nach Art einer $\lambda/4$-Platte aus Turmalin, als nach Art einer solchen aus Quarz oder Glimmer.

51. Doppelbrechung durch Krystalle. — Die Doppelbrechung der elektrischen Wellen durch krystallisierte Körper ist, wie im vorstehenden Paragraphen schon gesagt wurde, zuerst von Garbasso erhalten worden. Derselbe benutzte ähnliche Apparate wie die im ersten Teile beschriebenen; seine Versuchsanordnung war die folgende.

Zwischen den Oszillator und den Resonator wurde ein doppeltbrechender Krystall, z. B. Kalkspath, gestellt, während der Resonator sich in Transversalstellung, also mit seiner geometrischen Axe senkrecht zu derjenigen des Oszillators, befand. Bei Abwesenheit des Krystalls zeigte der Resonator keine Funken; dagegen traten im allgemeinen mehr oder weniger lebhafte Funken auf, wenn der doppeltbrechende Körper sich auf der Bahn der Wellen befand. Drehte man den Krystall um eine zur Fortpflanzungsrichtung der Wellen parallele Gerade, so zeigte sich, dass in zwei bestimmten, zu einander senkrechten Orientierungen des Krystalls die Funken vollständig fehlten und dass in zwei anderen, von jenen um 45° abweichenden Orientierungen die Funken am lebhaftesten auftraten.

Bei einigen Versuchen war der Krystall gegen eine in einem grossen Metallschirm angebrachte kreisförmige Öffnung gelagert. Falls der Durchmesser dieser Offnung klein genug war, so konnte der Einfluss der von dem Krystall erzeugten sekundären Wellen — die, wie in § 20 gezeigt wurde, für sich allein ähnliche Wirkungen, wie die eben beschriebenen, erzeugen könnten — nicht zur Geltung kommen. Die mit dem Metallschirm angestellten Versuche beweisen dann in der That, dass der benutzte Krystall Doppelbrechung hervorbrachte.

Analoge Versuche stellte ich gerade mit meinen Apparaten an, als ich von den Veröffentlichungen von Garbasso und Lebedew Kenntnis erhielt. Meine Versuche waren in gleicher Weise wie einige von denjenigen Garbasso's angeordnet, insoferne ich einen grossen doppeltbrechenden Krystall hinter die kleine Öffnung eines grossen Metallschirmes brachte, der sich zwischen Oszillator und Resonator befand; diese waren mit ihren Reflektoren versehen und ihre Axen waren gekreuzt.

Bei einem Kalkspathrhomboëder scheinen die Extinktionslinien mit denjenigen für den analogen optischen Vorgang zusammenzufallen. Soweit sich nämlich bei einem Körper von so beschränkten Dimensionen beurteilen lässt, scheint der Resonator keine Einwirkung zu erfahren, wenn der Hauptschnitt des Kalkspaths dem Resonator oder dem Oszillator parallel ist.

Bei einem Selenitkrystall dagegen ist diese Koinzidenz nicht vorhanden; und sehr wahrscheinlich fehlt dieselbe auch bei jedem anderen optisch zweiaxigen Krystall.

Es schien mir deshalb von Interesse, den Winkel zwischen den Extinktionsrichtungen für den optischen und diesen Richtungen für den elektromagnetischen Vorgang zu bestimmen. Garbasso hatte denselben angenähert $= 45^0$ gefunden.

Um diese Messung vornehmen zu können, schien es mir zweckmässig, auf eine Fläche der anzuwendenden Selenitplatte mit einer scharfen Spitze die Richtungen der Extinktionslinien zu zeichnen.

Meine erste Sorge ging indessen dahin, vollständig die Wirkungen zu eliminieren, welche der Gyps, auch als isotropes Dielektrikum betrachtet, hervorbringen konnte. Zu diesem Zwecke benutzte ich bei den Versuchen mit elektromagnetischen Wellen nicht allein stets den Schirm mit kreisförmiger Öffnung, sondern aus Vorsicht gab ich ausserdem noch dem Gyps zylindrische Form.

Ich nahm dazu eine 3—5 cm dicke, durch die natürlichen Spaltflächen begrenzte Selenitplatte, und nachdem ich

durch Untersuchung derselben zwischen gekreuzten Nicols konstatiert hatte, dass sie aus einem einzigen Krystalle bestand und somit frei von Zwillingsbildungen war, schnitt ich aus derselben, normal zu den Endflächen, einen Zylinder von 11—12 cm Durchmesser.

Auf den Endflächen der so gewonnenen dicken Scheibe bezeichnete ich die optischen Extinktionsrichtungen auf folgende Weise.

Eine intensives horizontal gerichtetes Lichtbündel fiel unter dem Polarisationswinkel auf einen vertikalen Spiegel aus schwarzem Glas. Das reflektierte Strahlenbündel, welches in der Horizontalebene polarisiert war und demnach vertikale Schwingungen hatte, traf auf ein Nicol, welches so orientiert war, dass das einfallende Licht von demselben ausgelöscht oder auf ein Minimum reduziert wurde. Zwischen den Spiegel und das Nicol wurde nun die Selenitplatte normal zur Richtung der vom Spiegel reflektierten Strahlen gebracht und langsam in ihrer Ebene gedreht, bis das jetzt vom Nicol durchgelassene Licht wiederum ausgelöscht war. Unter Zuhilfenahme eines Senkbleies zeichnete ich dann auf eine Endfläche der Scheibe eine vertikale Linie und wiederholte die gleiche Operation, nachdem ich durch weitere Drehung der Scheibe das Licht zum zweiten Male zum Verlöschen gebracht hatte.

Die so aufgezeichneten Geraden, welche immer, wie es der Fall sein musste, sehr angenähert senkrecht zu einander waren, sind die Extinktionsrichtungen für das Licht. Bekanntlich sind dieselben nichts anderes als die Halbierungslinien der Winkel zwischen den optischen Axen, welche im Selenit zur Hauptspaltfläche parallel sind.

Auf vollkommen analoge Weise bezeichnete ich auf derselben Scheibe die Extinktionslinien für die Wellen, welche von dem sorgfältig vertikal gerichteten Oszillator ausgingen. Auch diese beiden Extinktionsrichtungen fanden sich sehr nahe senkrecht zu einander, aber sie fielen durchaus nicht mit den optischen Extinktionslinien zusammen.

Es blieb nun noch übrig, die Winkel zwischen diesen beiden Systemen von Extinktionslinien zu bestimmen. Ich wählte dazu den Ausweg, auf dem Krystall eine neue Gerade in willkürlicher Richtung zu ziehen und mit dem Zirkel und mit Hilfe einer Lupe die Länge der Seiten des von dieser Geraden und von je einer der optischen und der elektromagnetischen Extinktionslinien gebildeten Dreiecks zu messen. Der Winkel zwischen diesen beiden letzten Geraden wurde dann hieraus berechnet.

Diese Serie von Bestimmungen nahm ich zu wiederholten Malen nicht allein an derselben Selenitscheibe, sondern auch an anderen auf ähnliche Weise hergestellten vor und bekam ziemlich übereinstimmende Resultate, aus welchen hervorgeht, dass die Winkel, welche eine Extinktionslinie des einen Systems mit den Linien des anderen Systems einschliesst, von 45^0 erheblich abweichen; der eine liegt nämlich zwischen 36^0 und 40^0, und der andere mithin zwischen 54^0 und 50^0.

Diese Thatsache, dass die Extinktionslinien für Lichtwellen und für elektromagnetische Wellen nicht miteinander zusammenfallen, darf nicht überraschen und war sogar bis zu einem gewissen Punkte vorauszusehen. In der That ist es ja bekannt, dass die Richtung der optischen Extinktionslinien, oder der Halbierungslinien der Winkel zwischen den optischen Axen, beim Gyps mit der Wellenlänge variiert. Es ist also nur natürlich, dass die Extinktionslinien für Wellen von 10,6 cm Länge nicht mit denjenigen für so kurze Wellen wie diejenigen des Lichtes zusammenfallen.

52. Beziehung zwischen der Doppelbrechung der elektromagnetischen Wellen im Gyps und seiner Krystallform. — Spaltet man aus einem Selenitblock eine dünne Platte ab, so erkennt man, dass dieselbe sich leicht nach zwei in ihrer Ebene gelegenen Richtungen zerbrechen und in die Gestalt eines Parallelogramms ABCD (Fig. 32) bringen lässt. Eine von den beiden Richtungen, nach welchen die Platte leicht zu brechen ist, nämlich AB oder CD, zeigt einen faserigen Bruch, während die andere

Richtung A D oder B C einen glasartigen Bruch aufweist, der nicht immer ganz geradlinig zu Stande kommt.

Um diese beiden sekundären Spaltrichtungen von einander zu unterscheiden, pflegt man die erstere als *faserige Spaltrichtung* und die letztere als *nichtfaserige* oder auch als *glasige* oder *muschelartige Spaltrichtung* zu bezeichnen. Die drei im Gyps angenommenen Krystallaxen liegen folgendermaassen: die eine ist Symmetrieaxe und steht senkrecht zur Hauptbruchfläche A B C D; eine zweite steht senkrecht zu den Richtungen A D und B C, das heisst also zur nichtfaserigen Spaltrichtung; die dritte endlich, welche gleich der zweiten

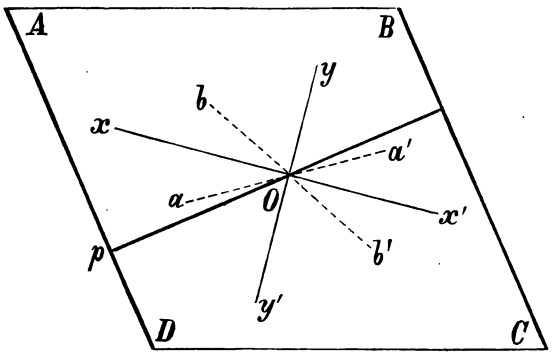


Fig. 32.

einer zur Hauptbruchfläche parallelen Ebene angehört, ist gegen die zweite Axe unter einem gewissen Winkel geneigt.

Was die optischen Erscheinungen anbelangt, so bewirkt der Gyps, als monokliner Krystall, zweiaxige Doppelbrechung. Die optischen Axen, deren Richtungen in der Figur durch die Geraden aa' und bb' bezeichnet sind, liegen parallel zur Symmetrieebene A B C D, aber die Richtung der Halbierungslinien xx' und yy' ihrer Winkel ist in keiner Weise durch die krystallographischen Eigenschaften bestimmt. Diese Halbierungslinien fallen mit den optischen Extinktionsrichtungen der durch Hauptspaltflächen begrenzten Platten zusammen und stellen mit der Symmetrieaxe die Richtungen der drei Axen des Polarisationsellipsoids dar.

Der Winkel xOp endlich, welchen eine der Extinktionsrichtungen mit der Senkrechten Op zur nichtfaserigen Spaltrichtung bildet, beträgt im Mittel aus den Angaben verschiedener Beobachter etwa 38°. Bruchteile eines Grades sind in diesem Mittel weggelassen.

Betrachtet man die Extinktionslinien für elektromagnetische Wellen, wie sie bei dem Versuche des vorigen Paragraphen auf die Gypsscheibe gezeichnet wurden, so scheint eine derselben parallel zur nichtfaserigen Spaltrichtung zu liegen. Die Zahlenwerte bestätigen dies auch: während wir nämlich gesehen hatten, dass zwischen einer der Extinktionsrichtungen für Lichtwellen und einer derjenigen für 10,6 cm lange Wellen ein Winkel von 36° bis 40° besteht, finden wir nunmehr für den Winkel zwischen einer der optischen Extinktionsrichtungen und der erwähnten sekundären Spaltrichtung einen Betrag von 38°. Es ergiebt sich mithin, dass bei der Doppelbrechung der elektromagnetischen Wellen eine der Extinktionslinien ganz oder nahezu mit der nichtfaserigen Spaltrichtung, die andere also mit der Senkrechten zu dieser Richtung, das heisst mit einer der in der Symmetrieebene gelegenen Krystallaxen zusammenfällt.

Bei den Lichtwellen findet diese Koinzidenz nicht statt; man sieht demnach, dass die Doppelbrechung der elektromagnetischen Wellen in näherer Beziehung zu den krystallographischen Eigenschaften steht als diejenige der Lichtwellen.

Bedenkt man ferner, dass bei dem optischen Versuche eine Änderung der Wellenlänge des benutzten Lichtes von einer Änderung nicht allein des Winkels aOb' zwischen den optischen Axen, sondern auch des Winkels xOp, welchen die Halbierungslinie ihres spitzen Winkels mit der Krystallaxe Op einschliesst, begleitet ist, so wird man zu der Vermutung geführt, dass das eben nachgewiesene Zusammenfallen nur für sehr lange Wellen in aller Strenge vorhanden ist, für die bei meinen Versuchen benutzten Wellen von 10,6 cm Länge dagegen nur angenähert.

Ich habe diesen Punkt aufzuklären versucht, indem ich mit möglichster Sorgfalt den Winkel zwischen einer von den

Extinktionsrichtungen für elektromagnetische Wellen und der nichtfaserigen Spaltrichtung bestimmte. Hierzu benutzte ich eine runde Gypsscheibe von 3,5 cm Dicke und 11,5 cm Durchmesser, deren Endflächen der Hauptspaltrichtung angehörten. Auf eine derselben zeichnete ich den zur nichtfaserigen Spaltrichtung senkrechten Durchmesser; der grösseren Genauigkeit halber bediente ich mich dazu der faserigen Spaltung, welche immer gut geradlinig ausfällt, und der Kenntnis des Winkels BAD (Fig. 32) zwischen den beiden Spaltrichtungen, welcher etwa 67^0 beträgt. Nachdem ich auf dem Gyps eine zur faserigen Spaltrichtung parallele und eine zu derselben senkrechte Gerade gezogen hatte, mass ich auf diesen Linien zwei Katheten ab, deren Längen so berechnet waren, dass die ihre Enden verbindende Hypothenuse nach der richtigen Seite um 67^0 gegen die faserige Spaltrichtung geneigt war. Diese Hypothenuse gab sonach die nichtfaserige Spaltrichtung an.

Diese vorläufige Operation, die auf beiden Endflächen der Scheibe vorgenommen wurde, lieferte mir, wie bei der Transparenz der Scheibe leicht zu konstatieren war, zwei zu einander ganz oder sehr nahe parallele Gerade.

Nunmehr kam es darauf an, die Winkel dieser Geraden mit den Extinktionslinien zu messen. Zu diesen Zwecke diente, der in Fig. 33 dargestellte Apparat. Die Selenitscheibe wird in die zentrale Öffnung A der am Rande mit einer Teilung versehenen runden Holztafel BCD von 43 cm Durchmesser eingesetzt und diese passt ihrerseits mit kleinem Spielraum in das kreisförmige Fenster der Tafel MN, in welchem sie zwischen drei (in der Abbildung durch punktierte Kreise a, b und c dargestellten) Rollen geführt und um ihren Mittelpunkt drehbar ist. Die Tafel MN kann auf dem in Fig. 3 abgebildeten Apparat zwischen Oszillator und Resonator in vertikaler Stellung befestigt werden.

Diese Anordnung gestattet es, die in A befindliche Gypsscheibe beliebig in ihrer Ebene zu drehen, ohne dass sich ihr Mittelpunkt aus der Geraden, welche die Zentren des Oszillators und des Resonators mit einander verbindet, irgend-

wie entfernt; mittels der Gradteilung der Tafel BCD und eines vor ihrem tiefsten Punkte fest angebrachten Zeigers I ist ferner die Orientierung der Gypsscheibe jeden Augenblick zu bestimmen. Diese letztere ist überdies in A so eingesetzt, dass die vorher auf ihr gezeichneten Parallelen zur nichtfaserigen Spaltrichtung genau in die Richtung des Durchmessers 0^0—180^0 der Teilung zu liegen kommen; die Ablesung am Index I ergiebt dann ohne weiteres den Winkel zwischen

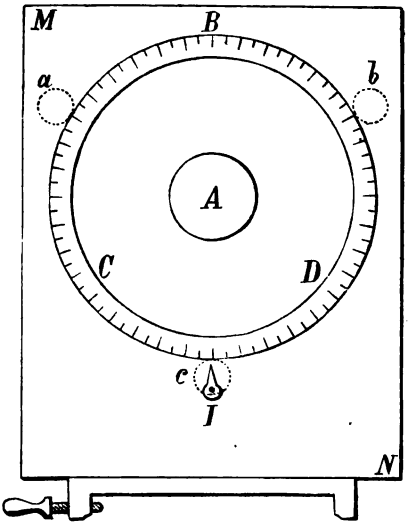


Fig. 33.

der nichtfaserigen Spaltrichtung und der von I zum Mittelpunkt der Tafel BCD führenden Geraden.

Um störende Einflüsse zu vermeiden, ist auf dem Brett MN eine Metallplatte befestigt, welche zwei Öffnungen hat: eine kreisförmige von 8 cm Durchmesser vor der Gypsscheibe und eine kleinere von beliebiger Gestalt, durch welche der Index I und die benachbarten Portionen der Teilung sichtbar sind.

Bevor die dergestalt montierte Gypsscheibe an Ort und Stelle zwischen Oszillator und Resonator gebracht wurde, richtete ich zunächst den ersteren möglichst genau vertikal

und bestimmte mit Sorgfalt die zum Oszillator senkrechte Orientierung des Resonators. Hierzu benutzte ich die in § 9 beschriebene allgemeine Methode; das heisst, ich drehte den Resonator nach beiden Richtungen um seine Axe, bis die Funken verschwanden, und stellte ihn dann definitiv auf die Mitte zwischen diesen beiden Orientierungen ein.

Nachdem nun alle Vorbereitungen auf diese Weise erledigt waren, wurde die Tafel MN mit der Gypsscheibe an ihre Stelle zwischen den beiden Apparaten gebracht. Alsbald erschienen im Resonator Funken; durch Drehung der Gypsscheibe um ihre Axe konnte ich dieselben indessen zum Verschwinden bringen. Um nun die Orientierung, in welcher die Gypsplatte keine Wirkung auf den Resonator hervorbrachte, genau zu bestimmen, drehte ich die Platte von beiden Seiten aus gegen die gesuchte Orientierung bis zum Verschwinden der Funken; die Mitte aus den beiden so gewonnenen Ablesungen galt dann als die zu messende Grösse. Vier Beobachtungsreihen ergaben im Mittel einen Winkel von $1{,}6^0$ zwischen einer der Extinktionsrichtungen und dem von 0^0 nach 180^0 gezogenen Durchmesser des Teilkreises.

Dieses Resultat konnte indessen noch nicht als definitiv gelten, da nichts den Parallelismus zwischen den vom Oszillator ausgehenden Schwingungen und der Verbindungslinie des Mittelpunktes des Kreises BCD mit dem Index I garantierte. Es war deshalb noch eine weitere Bestimmung erforderlich, die ich folgendermaassen ausführte.

Die Gypsplatte nahm ich aus der Tafel BCD heraus und entfernte den bei dem vorigen Versuche benutzten Resonator mit Spiegel; darauf befestigte ich einen einfachen Resonator ohne Spiegel in der Mitte der Öffnung A, genau auf dem Durchmesser 0^0—180^0 der Teilung, welch letzterer angenähert horizontal orientiert wurde. Wurde derselbe dann aus dieser Orientierung entfernt, so kamen die Funken zum Vorschein, verschwanden aber in einem gewissen Moment wieder, wenn durch Drehung der Tafel BCD der Resonator aufs neue der horizontalen Lage genähert wurde. Eine zweimalige Bestimmung durch Drehung des Resonators nach beiden

Richtungen lieferte zwei Ablesungen, deren Mitte die Lage angab, in welcher der Resonator keine Einwirkung von Seiten des Oszillators erfuhr. Als Mittel aus vier analogen Bestimmungen ergab sich, dass der Durchmesser $90^0 — 270^0$ des Teilkreises nicht auf den Index I zeigte, sondern um etwa $0{,}3^0$ davon abwich.

Unter Berücksichtigung des Vorzeichens dieser Korrektion konnte ich daraus schliessen, dass die nichtfaserige Spaltrichtung mit einer der Extinktionslinien einen Winkel von etwa $1{,}3^0$ bildet.

Lässt man dieses Resultat — obschon der gefundene Wert den wahrscheinlichen Fehler einer derartigen Beobachtungsreihe nur wenig übertrifft — als genau gelten und sieht ebenso den für den Winkel zwischen den beiden sekundären Spaltrichtungen angenommenen Wert von 67^0 als richtig an, so folgt, dass die eine der Extinktionslinien einen Winkel von $65{,}7^0$ mit der faserigen, und einen Winkel von $1{,}3^0$ mit der nichtfaserigen Spaltrichtung einschliesst. Das Zusammenfallen zwischen einer der Extinktionslinien und einer der Krystallaxen scheint demnach nicht strenge, wenn auch sehr angenähert zu existieren.

53. Elliptische Polarisation durch Gypsplatten. — Wenn die vom Oszillator ausgesandten Wellen eine doppeltbrechende Platte, z. B. eine Selenitplatte, durchsetzen, von deren Extinktionslinien keine zu den einfallenden Schwingungen parallel ist, so sind beim Austritt aus der Platte die Wellen im allgemeinen elliptisch polarisiert, ganz wie dies bei dem analogen optischen Versuche oder bei Anwendung einer parallel zu den Fasern geschnittenen Tannenholzplatte (§ 50) an Stelle des Selenits der Fall ist.

Lässt man die aus der Gypsplatte austretenden Strahlen auf einen Resonator fallen, so erkennt man in der That, dass derselbe im allgemeinen bei der Drehung um seine Axe in jeder Lage Funken zeigt und dass diese in zwei zu einander senkrechten Orientierungen desselben Maxima und Minima aufweisen

Der Versuch lässt sich folgendermaassen ausführen. Vor den vertikalen Oszillator stellt man, etwa 20 cm von demselben entfernt, einen vertikalen Metallschirm mit einer kreisförmigen Öffnung, deren Durchmesser etwas kleiner ist als die Dimensionen der Platte, welche bei dem Versuche benutzt werden soll; derselbe mag etwa 8 cm betragen. Die, einen oder mehrere Zentimeter dicke Selenitplatte wird hinter die Öffnung gebracht und so orientiert, dass ihre Extinktionslinien Winkel von 45° mit der Vertikalen bilden. Den Resonator stellt man ungefähr 1 Meter weit entfernt vom Oszillator auf und beobachtet die Funken in demselben, während man ihn langsam um seine Axe dreht.

Beginnt man mit einer wenige Millimeter dicken Platte und schreitet dann zu immer dickeren vor, so nimmt man die folgenden Erscheinungen wahr.

Bei einer sehr dünnen Platte verhalten sich die austretenden Schwingungen sehr nahe wie die einfallenden: die Funken verschwinden, wenn der Resonator horizontal gerichtet ist. Es lässt sich also in diesem Falle eine Elliptizität der Schwingung nicht nachweisen.

Ist die Platte etwas dicker, so giebt der Resonator in jeder Orientierung Funken, aber man beobachtet ein Minimum, wenn der Resonator beinahe horizontal gerichtet ist. Die austretende Schwingung hat also elliptische Gestalt und die grosse Axe der Ellipse steht angenähert vertikal; genauer gesagt schliesst diese Axe mit der nichtfaserigen Spaltrichtung einen Winkel von etwas über 45° ein.

Bei dem analogen optischen Versuche steht die grosse Axe der Ellipse genau vertikal; bei dem Versuche mit der Holzplatte (§ 50) dagegen ist sie geneigt. Bei dem vorliegenden Versuche verhält sich der Gyps somit nach Art einer Holzplatte, deren Fasern parallel zur nichtfaserigen Spaltrichtung des Gypses orientiert wären. Es ist deshalb anzunehmen, dass dieser Körper Schwingungen, welche parallel zu seiner nichtfaserigen Spaltrichtung stattfinden, in erheblichem Maasse, dagegen Schwingungen, welche senkrecht zu dieser Richtung erfolgen, gar nicht oder doch nur in geringerem

Maasse absorbiert. Die direkten Versuche (§ 37) hatten zwar, vielleicht weil sie in zu kleinem Umfange ausgeführt waren, diese Absorption, die wahrscheinlich auch nur sehr geringfügig ist, nicht nachgewiesen. In der That müssen auch m und n (vgl. den vorstehenden Paragraphen) beim Gyps vermutlich viel weniger von einander verschieden sein als beim Holze, denn das Verhalten des ersteren unterscheidet sich nur wenig von demjenigen, welches er bei gänzlichem Fehlen jeder Absorption zeigen würde.

Wächst nun die Dicke der Selenitplatte noch weiter, bis sie zwischen 2,5 und 2,8 cm beträgt, so erhält man schliesslich eine nahezu kreisförmige Schwingung. In Wirklichkeit allerdings ist dieselbe elliptisch, aber ihre Exzentrizität ist gering und ihre grosse Axe steht senkrecht zur nichtfaserigen Spaltrichtung. Neigt man dann bei dem Versuche mit dieser Platte den Oszillator, bis der Winkel zwischen demselben und der nichtfaserigen Spaltrichtung nur noch 36^0 bis 40^0 anstatt 45^0 beträgt, so wird die austretende Schwingung vollkommen kreisförmig, wie dies daraus zu erkennen ist, dass die Funken im Resonator in jeder Orientierung desselben die gleiche Intensität behalten. Diese Erscheinungen gleichen denjenigen, welche wir mit einer 13,7 cm dicken Tannenholzplatte erhalten hatten, mit dem Unterschiede nur, dass beim Gyps zur Erzeugung der kreisförmigen Schwingung schon eine sehr kleine Winkelverschiebung des Oszillators hinreicht. Die Gypsplatte von 2,5 cm oder etwas grösserer Dicke ist demnach eine Viertelwellen-Platte.

Benutzt man noch dickere Platten, so wächst die Exzentrizität der austretenden Schwingung wieder, bis bei einer Dicke von 5 bis 6 cm die Schwingung von neuem geradlinig geworden ist.

Eine Platte von dieser Dicke können wir Halbwellen-Platte nennen, da sie sich wie die in der Optik mit diesem Namen bezeichneten Platten verhält. Jedoch ist die austretende Schwingung nicht horizontal gerichtet, sondern — wiederum infolge der stärkeren Absorption der zur nichtfaserigen Spaltrichtung parallelen Schwingungen — nach der

zur nichtfaserigen Spaltrichtung senkrechten Extinktionslinie hin geneigt.

Lässt man endlich die Dicke der Platte noch weiter wachsen, so gelangt man wieder zu elliptischen Schwingungen, u. s. f.

Bei etwas roher Ausführung der beschriebenen Versuche können die Unterschiede zwischen ihren Ergebnissen, und denjenigen, welche man mit transparenten Platten erhält, der Beobachtung entgehen. Es rührt dies davon her, dass beim Gyps, im Gegensatz zum Holze, die Absorptionsgrössen für die zu den beiden Extinktionsrichtungen parallelen Schwingungen nicht sehr von einander verschieden sind.

Zur Ausführung der beschriebenen Versuchsreihe bedarf es keiner grossen Anzahl von Selenitplatten. Wenige genügen; man kann jede gewünschte Dicke durch Übereinanderlagerung mehrerer Platten herstellen, wenn man nur darauf achtet, dass dieselben sämtlich übereinstimmend orientiert sind. Zu diesem Zwecke ist es vorteilhaft, auf jeder Platte die Richtung des nichtfaserigen Bruches —. welche, wie wir gesehen haben, mit einer der Extinktionslinien sehr nahe zusammenfällt — zu bezeichnen. Man kann aber auch eine Anzahl Platten in der Weise übereinanderlegen, dass die nichtfaserige Spaltrichtung der einen senkrecht zu derjenigen der andern zu liegen kommt. Um die Gesamtdicke des Systems zu erhalten, muss man dann die Dicke des einen Teiles von derjenigen der übrigen Platten abziehen.

Vernachlässigt man die Wirkung, welche durch die Verschiedenheit der Absorption des Gypses für Schwingungen, die seinen beiden Extinktionslinien parallel sind, bedingt ist, so kann man die Phasendifferenz φ messen, welche die Platte zwischen den beiden Schwingungen erzeugt. Das Verfahren, welches ich für diese Messung aufgestellt habe und welches im Grunde sich nicht sehr von einem früher von mir für optische Messungen benutzten[1]) unterscheidet, mag hier beschrieben werden, obschon es beim Gyps nicht zu sehr befriedigenden Ergebnissen führt; bei doppelt-

[1]) Rendic. della R. Acc. dei Lincei 5. ser. t. 1, p. 189. 1892.

brechenden Körpern, welche die beiden Strahlen nicht verschieden stark absorbieren, kann dasselbe von Nutzen sein.

Zwischen den Resonator und die doppeltbrechende Platte, und zwar beinahe in Berührung mit dieser letzteren, bringt man ein Gitter mit horizontalen Streifen. Durch dieses Gitter vermag nur die Vertikalkomponente der elektrischen Schwingung hindurchzudringen und man kann die Intensität derselben näherungsweise bestimmen, indem man den Winkel α misst, um welchen man den Resonator aus der Vertikalstellung entfernen muss, damit die Funken zum Verschwinden kommen (S. § 9 b). Darauf richtet man die Streifen des Gitters vertikal und misst den Winkel β, um welchen man nunmehr den Resonator aus der Horizontalstellung herausdrehen muss, damit die Funken in diesem Falle verschwinden. Das Verhältnis $\cos^2\alpha : \cos^2\beta$ ist dann gleich dem Verhältnis zwischen der Intensität der Horizontal- und der Vertikalkomponente.

Da dieses Verhältnis $= \mathrm{tg}^2 \frac{\varphi}{2}$ ist[1]), so sieht man, wie die Messung der Winkel α und β zur Bestimmung von φ dienen kann.

Mit einer 3,5 cm dicken Selenitplatte erhielt ich $\alpha = 66^0$ und $\beta = 77^0$. Es ergeben sich daraus für φ die folgenden, in Graden ausgedrückten Werte:

$$122^0,\ 238^0,\ 482^0 \text{ etc.}$$

[1]) Die Intensitäten der x- und y-Komponente der austretenden Schwingung (s. § 50) sind proportional den Ausdrücken

$$m^2 + n^2 - 2mn\cos\varphi$$

und

$$m^2 + n^2 + 2mn\cos\varphi.$$

Ihr Verhältnis reduziert sich für $m = n$ auf $\mathrm{tg}^2 \frac{\varphi}{2}$. Will man die Bedingung beibehalten, dass m von n verschieden ist, und bestimmt man auch den Winkel β, welchen die grosse Axe der austretenden Schwingung mit der Vertikalen einschliesst, so kann man gleichzeitig φ und das Verhältnis m: n berechnen; denn setzt man $\mathrm{tg}\, 2\beta = -p$, so lässt sich beweisen, dass

$$\frac{m^2}{n^2} = \frac{1 + \rho + p(1-\rho)}{1 + \rho - p(1-\rho)}$$

und

$$\cos^2\varphi = \frac{(1-\rho)^2}{(1+\rho)^2 - p^2(1-\rho)^2}$$

ist. ρ bezeichnet hierin das Verhältnis zwischen den Intensitäten der x- und y-Komponente.

Der erste von diesen stimmt ziemlich gut mit dem bereits erhaltenen Resultate überein, wonach für eine 5 bis 6 cm dicke Platte $\varphi = 180^0$ ist.

Das bei diesem Versuche benutzte Gitter verdient eine nähere Beschreibung. Zu seiner Herstellung benutzte ich eine grosse Ebonitplatte, auf deren eine Seite ein rundes Stanniolblatt von 21,5 cm Durchmesser geklebt war; mit Federmesser und Lineal zerschnitt ich dasselbe längs paralleler, etwa $1\,^1/_8$ mm von einander entfernter gerader Linien. Von den so entstandenen Streifen wurde immer abwechselnd einer am Platze gelassen und einer entfernt, so dass das ganze Stanniolblatt schliesslich in parallele und gleichbreite, durch ebenso breite Intervalle von einander getrennte Streifen zerlegt war.

Dass ein derartiges Gitter seine Aufgabe gut erfüllt, erhellt aus der Thatsache, dass ein Oszillator ohne jede Wirkung auf einen Resonator bleibt, wenn beide zu einander parallel und durch das beschriebene Gitter, dessen Streifen ebenfalls parallel zu ihnen liegen, von einander getrennt sind.

Bezeichnet man mit a die Dicke einer Selenitplatte, mit n und n' ihre Hauptbrechungsexponenten in der Richtung der Extinktionslinien, so wird für Wellen von der Länge λ die Phasendifferenz $\varphi = \frac{2\pi a}{\lambda}(n - n')$. Und da eine 5 bis 6 cm dicke Platte eine Phasendifferenz $= \pi$ erzeugt, so ergiebt sich für die Differenz $n - n'$ der beiden Brechungsexponenten ein Betrag zwischen 0,88 und 1,06.

Dieses Ergebnis zeigt, dass im Gyps die Doppelbrechung der Wellen von 10,6 cm Länge ausserordentlich viel stärker ist als diejenige der Lichtwellen, deren Hauptbrechungsexponenten ja erst in der zweiten Dezimale von einander abweichen. Dieses, so gänzlich unvorhergesehene Resultat veranlasste mich, die Eigenschaften der Doppelbrechung im Gyps näher zu studieren und namentlich zu untersuchen, ob derart beträchtliche Differenzen auch zwischen den beiden, eben mit n und n' bezeichneten Brechungsexponenten und dem dritten Hauptbrechungsexponenten bestehen.

54. Das Polarisationsellipsoid für die elektromagnetischen Wellen im Gyps. — Wie wir sahen, haben die Axen dieses Ellipsoids, deren Längen den drei Hauptbrechungsexponenten proportional sind, die folgenden Richtungen. Die eine liegt sehr nahe parallel zur sekundären nichtfaserigen Spaltrichtung, die zweite fällt mit der Symmetrieaxe zusammen und steht demnach senkrecht zur Hauptspaltfläche, und die dritte endlich fällt sehr nahe mit einer der beiden in der Hauptspaltfläche gelegenen Krystallaxen zusammen. Bezeichnen wir mit n_1, n_2 und n_3 die zu diesen drei Axen gehörigen Brechungsexponenten; L_1, L_2 und L_3 seien drei Gypsplatten, deren Endflächen der Reihe nach zu einer der Axen des Ellipsoids senkrecht liegen.

Bei den Versuchen, welche den Gegenstand der vorstehenden Paragraphen bildeten, waren sonach ausschliesslich L_2-Platten zur Verwendung gekommen. Unter der Annahme, dass eine derartige Platte von 5 bis 6 cm Dicke als $\lambda/2$-Platte wirkt, hatten diese Versuche zwischen den Brechungsexponenten n_1 und n_3 einen Unterschied zwischen 0,88 und 1,06 ergeben. Um jedoch die Erscheinungen der Doppelbrechung im Gyps in ihrer Gesamtheit vollständiger kennen zu lernen, ist die Untersuchung noch auf L_1- oder L_3-Platten auszudehnen, welche parallel zur Symmetrieaxe und senkrecht oder parallel zur nichtfaserigen Spaltrichtung geschnitten sind.

Einige derartige Platten habe ich nun hergestellt und habe mit denselben die Resultate erhalten, welche im Folgenden mitgeteilt werden sollen.

Die L_3-Platten, das heisst die zur Hauptspaltfläche senkrechten und zur nichtfaserigen sekundären Spaltrichtung parallelen, zeigten fast die gleichen Erscheinungen wie die L_2-Platten. Die Doppelbrechung durch eine L_3-Platte ist in der That ganz oder nahezu ebenso stark wie diejenige durch eine zu den Hauptspaltflächen parallele Platte.

Die Dicke, welche eine L_3-Platte besitzen muss, um als $\lambda/4$- oder als $\lambda/2$-Platte zu wirken, fand ich kaum grösser als diejenige der entsprechenden L_2-Platten. Die Differenz $n_1 - n_2$ ist mithin beinahe gleich derjenigen $n_1 - n_3$ und der

Hauptbrechungsexponent n_2 in der Richtung der Symmetrieaxe unterscheidet sich sonach nur sehr wenig von dem Brechungsexponenten n_3 in der Richtung der zur nichtfaserigen Spaltrichtung senkrechten Axe. Der Unterschied zwischen n_2 und n_3 ist so gering, dass sein Bestehen überhaupt zweifelhaft erscheinen kann.

Folgender Versuch scheint indessen diesen Zweifel zu beseitigen.

Ich legte eine L_3- und eine L_2-Platte in der Weise aufeinander, dass die nichtfaserigen Spaltrichtungen in beiden einen rechten Winkel mit einander bildeten, und brachte das so zusammengestellte System hinter das Fenster des zwischen dem Oszillator und dem Resonator befindlichen Metallschirms; Oszillator und Resonator befanden sich in gekreuzter Stellung und die erwähnten Spaltrichtungen bildeten mit ihnen Winkel von 45°. Es ist klar, dass dieses System, falls beide Platten gleich dick und in gleichem Maasse doppeltbrechend sind, keinen Doppelbrechungseffekt hervorbringen kann.

Bei der Ausführung des Versuches zeigt es sich indessen, dass ein solcher Effekt eintritt, denn ich beobachtete im Resonator kleine Funken. Um dieselben auf ein Minimum zu reduzieren oder ganz zum Verschwinden zu bringen, muss die L_2-Platte ein wenig dünner sein als die L_3-Platte; beträgt z. B. die Dicke der letzteren 3 cm, so darf die erstere nur ungefähr 2,9 cm dick sein.

Es scheint sonach wirklich, dass n_2 und n_3 von einander verschieden sind und dass mithin das Polarisationsellipsoid, wie für die Lichtwellen, ein dreiaxiges ist. Auf alle Fälle aber weicht dieses Ellipsoid nur sehr wenig von einem Rotationsellipsoid mit der nichtfaserigen Spaltrichtung als Rotationsaxe ab.

Da der Betrag der Differenz $n_1 - n_3$ zwischen 0,88 und 1,06 liegt, so folgt aus dem letzten Versuche für die Differenz $n_2 - n_3$ ein Wert zwischen 0,03 und 0,04. Eine L_1-Platte, welche als $\lambda/2$-Platte wirken sollte, müsste demnach zwischen 150 und 180 cm dick sein.

Das Verhalten der L_1-Platten, welche ich schliesslich untersuchte, stimmt vollkommen mit den bisherigen Resultaten.

In der That ruft eine derartige Platte keine sichere Doppelbrechung hervor. Bringt man z. B. eine 3 cm dicke L_1-Platte zwischen den Oszillator und Resonator, die sich in gekreuzter Stellung befinden, so erscheinen in dem letzteren nur sehr schwache Funken, wie sie unter den gleichen Umständen eine 1 bis 2 mm dicke L_2- oder L_3-Platte zu erzeugen im Stande wäre.

Eine L_1-Platte verhält sich sonach beinahe wie ein senkrecht zu den Fasern geschnittenes Tannenholzbrett.

Endlich folgt aus den geschilderten Versuchen, dass die beiden optischen Axen für die elektromagnetischen Wellen — das heisst die Richtungen, welche sich mit Bezug auf die elektromagnetischen Wellen ebenso verhalten wie die gewöhnlich als optische Axen bezeichneten Richtungen mit Bezug auf die Lichtwellen — mit der nichtfaserigen Spaltrichtung einen sehr kleinen Winkel bilden müssen.

Sollten weitere Versuche (die ich gegenwärtig nicht ausführen kann, weil ich noch keine dazu geeigneten Selenitblöcke bekommen konnte) wirklich zeigen, dass die beiden Hauptbrechungsexponenten n_2 und n_3 einander genau gleich sind, so würde daraus folgen, dass die beiden optischen Axen unter einander und mit der nichtfaserigen Spaltrichtung zusammenfallen. Dann würde der Gyps sich gegenüber den elektromagnetischen Wellen als optisch einaxiger Krystall verhalten und die von demselben hervorgebrachten Erscheinungen würden qualitativ mit den durch das Holz hervorgebrachten identisch sein. Die Richtung der Holzfasern würde dann der nichtfaserigen Spaltrichtung des Selenit entsprechen.

55. Versuche mit negativem Ergebnis. — Während die bisher beschriebenen Versuche zu Ergebnissen geführt hatten, welche den unter analogen Bedingungen mit Lichtwellen erhaltenen ähnlich sind, hatten einige andere Versuche, mit welchen ich mich in diesem letzten Paragraphen be-

schäftigen werde, nicht den gleichen Erfolg. In diesen Versuchen mit negativem Ergebnis darf man indessen keinen Einwand gegen die elektromagnetische Theorie des Lichtes erblicken; dieselben zeigen wahrscheinlich nur, dass gewisse Wirkungen sehr geringfügig werden, wenn die Länge der wirkenden Wellen sehr gross ist.

Diese Wirkungen sind die durch mechanische Kräfte erzeugte Doppelbrechung und die Drehung der Polarisationsebene. Auch diese letztere Erscheinung darf, da sie ja als die Folge einer zirkularen Doppelbrechung angesehen werden kann, ihre Behandlung in dem vorliegenden Kapitel finden.

Um mit den elektromagnetischen Wellen eine Erscheinung der Doppelbrechung nach Art derjenigen, welche isotrope Körper, wie das Glas, unter dem Einflusse einer Kompression zeigen, zu erhalten, verschaffte ich mir eine quadratische Glasplatte von ungefähr 19,5 cm Seitenlänge und 3,75 cm Dicke und setzte dieselbe in einen sehr starken eisernen Rahmen, innerhalb dessen sie durch eine Schraube parallel zu zweien ihrer Seitenflächen stark komprimiert werden konnte. Der Druck, welchem das Glas auf diese Weise ausgesetzt wurde, erreichte nach einer Schätzung im Maximum etwa 40000 Kilogramm, das heisst ungefähr 547 Kilogramm pro Quadratcentimeter des zur Druckrichtung normalen Querschnitts. Während dieser Kompression vermochte ich keine Spur einer Doppelbrechung zu konstatieren.

Der Versuch war folgendermaassen angeordnet: Das Glas wurde zwischen Oszillator und Resonator in vertikaler Stellung hinter das kreisförmige Fenster (Durchmesser 12 cm) eines Metallschirms gebracht und in horizontaler Richtung komprimiert. Vom Beobachter aus gesehen war der Oszillator um 45° nach links und der Resonator um ebensoviel nach rechts geneigt und beide Apparate befanden sich sehr nahe zum Glase. So lange das Glas nicht komprimiert war, wurde natürlich in dem Resonator, mochte er auch noch so empfindlich sein, kein Funken wahrgenommen; aber auch bei der stärksten Kompression kam nicht das mindeste Fünkchen zum Vorschein. Dass auch während der Kompression jede Wirkung

auf den Resonator fehlte, liess sich ferner auf die gewöhnliche Art durch Bestimmung der Orientierung des Resonators, in welcher die Einwirkung der Wellen auf denselben aufhörte, nachweisen: die Funken, welche zum Vorschein kamen, wenn der Resonator sich nach der einen oder der anderen Seite ausserhalb der Transversalstellung befand, wurden durch Drehung des Resonators von beiden Seiten her zum Verschwinden gebracht und es wurde das Mittel aus den beiden Ablesungen genommen.

Das Gesetz, nach welchem die Doppelbrechung des komprimierten Glases mit der Wellenlänge variiert, ist nicht vollständig bekannt; falls jedoch, wie es wahrscheinlich ist, die Erscheinung bei Anwendung immer grösserer Wellenlängen zu verschwinden strebt, so begreift man, dass dieselbe bei 10,6 cm langen Wellen unmerklich geworden ist.

Das gleiche negative Ergebnis bekam ich, als ich anstatt des Glases eine Marmorplatte oder eine senkrecht zu den Fasern geschnittene Tannenholztafel benutzte.

Ein negatives Ergebnis hatte auch der Versuch, mit dem Quarz eine zirkulare Doppelbrechung hervorzubringen. In diesem Falle ist es bekannt, dass die Drehung der Polarisationsebene mit wachsender Wellenlänge abnimmt und es war deshalb vorauszusehen, dass die Erscheinung bei Benutzung der Wellen meiner Oszillatoren nur in sehr geringem Maasse vorhanden sein könne. Aus einer der empirischen Formeln, z. B. derjenigen von Boltzmann, welche die Drehung der Polarisationsebene durch den Quarz als Funktion der Wellenlänge darstellen, ergiebt sich sogar, dass für Wellen von 10,6 cm Länge diese Drehung, selbst in einer mehrere Zentimeter dicken Quarzschicht, auf einen kleinen Bruchteil eines Grades herabsinkt. Immerhin hat diese Erwägung, da es sich um eine Extrapolation handelt, keinen besonderen Wert und so hielt ich es für nötig, einen besonderen Versuch vorzunehmen.

Zu diesem Zwecke liess ich aus einem grossen Quarzkrystall senkrecht zur Axe eine kreisförmige Scheibe schneiden, welche 4,07 cm Dicke und 7 cm Durchmesser bekam. Dieser

Quarz ist rechtsdrehend und bewirkt für die D-Linie eine Drehung von 884°. Als er aber hinter die kreisförmige Öffnung (6 cm Durchmesser) eines Metallschirms zwischen Oszillator und Resonator gebracht wurde, vermochte ich an den elektrischen Schwingungen, welche ihn durchsetzt hatten, nicht die mindeste Drehung nachzuweisen.

Strenge genommen könnte man zwar auch annehmen, dass eine Rotation stattgefunden habe, dass sie aber zufällig genau gleich einem Vielfachen von 180° sei. Aber das Resultat des Versuches blieb auch das gleiche, als ich die Dicke des Quarzes durch Auflegen einer 0,8 cm dicken Scheibe aus demselben Material, mochte sie nun rechts- oder linksdrehend sein, oder einer Scheibe von anderer Dicke veränderte. Es ist also zu schliessen, dass keine merkliche Rotation stattfindet.

Ebensowenig konnte ich eine Rotation der von dem Oszillator ausgesandten elektrischen Schwingungen erhalten, indem ich dieselben eine mehrere Dezimeter dicke Schicht Terpentinöl passieren liess.

Endlich versuchte ich auch, indem ich die elektromagnetischen Strahlen vom Pole eines Elektromagneten reflektieren liess, eine dem Kerr'schen Phänomen analoge Erscheinung hervorzubringen, aber ich bekam kein sicheres Ergebnis. Ich muss freilich bemerken, dass die magnetische Intensität des reflektierenden Poles vielleicht nicht sehr gross war; sollte ich über kräftigere Hilfsmittel verfügen können, so werde ich deshalb den Versuch wiederholen. Da die durch Reflexion vom Pole eines Elektromagneten bewirkte Rotation der Lichtschwingungen wenigstens innerhalb der Grenzen des sichtbaren Spektrums mit wachsender Wellenlänge zunimmt [1]), so darf man wohl bei dem analogen Versuch mit elektromagnetischen Wellen ein positives Resultat für möglich halten.

[1]) Memorie della R. Acc. dei Lincei, Classe di scienze fisiche etc., vol. III, 7. Febr. 1886.

Zusätze zur deutschen Ausgabe.

I.

Über die Hauptbrechungsexponenten des Gypses für die elektromagnetischen Wellen [1])

Durch Versuche, die an anderer Stelle [2]) beschrieben sind, habe ich den Nachweis geliefert, dass eine Axe des Polarisationsellipsoids für die elektromagnetischen Wellen im Gyps mit der Symmetrieaxe zusammenfällt und eine zweite Axe nicht merklich aus der sekundären *glasigen* Spaltrichtung, die auch die *nichtfaserige* genannt wird, heraustritt. Später [3]) habe ich dann über Doppelbrechungsversuche berichtet, durch welche ich einigen Aufschluss über die relative Grösse der drei Axen des besagten Ellipsoids und somit auch über die relative Grösse der drei Hauptbrechungsexponenten n_1, n_2 und n_3 erlangen konnte. n_1 hezeichnet den Brechungsexponenten für Schwingungen, die zur nichtfaserigen Spaltrichtung parallel sind, n_2 denjenigen für Schwingungen, die zur krystallographischen Symmetrieaxe parallel sind, und n_3 den dritten Hauptbrechungsexponenten. Die letzterwähnten Versuche hatten ergeben, dass n_2 und n_3 nur sehr wenig von einander verschieden sind, während n_1 und n_2 um einen bedeutenden Betrag, der zwischen 0,88 und 1,06 liegt, von einander abweichen.

Zur Bestimmung der drei Brechungsexponenten n_1, n_2 und n_3 dachte ich direkte Messungen an Selenitprismen zu be-

---

[1]) Aus den Rendic. della R. Acc. dei Lincei 16. Mai 1897.

[2]) Rendic. della R. Acc. dei Lincei 17. Nov. 1895 und 1. März 1896, sowie p. 181 dieses Buches.

[3]) Rendic. della R. Acc. dei Lincei 21. März 1897, sowie p. 193 dieses Buches..

nützen; lange Zeit hindurch konnte ich indessen diesen Plan nicht ausführen, weil ich mir keinen hinreichend grossen Krystall zu verschaffen vermochte, aus welchem ich Prismen hätte schneiden können, deren Dimensionen für elektromagnetische Wellen von 10,6 cm Länge geeignet gewesen wären.

Endlich entschloss ich mich, ein Prisma aus mehreren zusammenpassenden Stücken aufzubauen, die aus verschiedenen Krystallen in der Weise herausgeschnitten wurden, dass sie nach ihrer Vereinigung alle die gleiche Orientierung hatten. Dieses Prisma unterschied sich demnach nicht von einem, das aus einem einzigen Stücke hergestellt und dann in eine Anzahl Teile, die man an Ort und Stelle belassen hätte, zerschnitten worden wäre.[1])

Der Querschnitt des so hergestellten Prismas ist ein gleichschenkliges Trapez, dessen parallele Seiten bezw. 2,2 und 10,6 cm, und dessen gleiche Seiten 18 cm lang sind.

Die Höhe des Prismas beträgt 12 cm und der Brechungswinkel, der zwischen den 12×18 cm grossen Flächen eingeschlossen ist, beträgt ungefähr 28^0. Diese beiden Flächen sind ferner zur krystallographischen Symmetrieaxe parallel, während die nichtfaserige Spaltrichtung zur Halbierungslinie des Brechungswinkels parallel ist. So konnte ich, indem ich die Kanten des Prismas vertikal richtete und durch dasselbe ein Bündel elektromagnetischer Strahlen mit vertikalen Schwingungen hindurchgehen liess, mittels des früher[2]) beschriebenen

[1]) Zum Zerschneiden der Gypskrystalle fand ich folgendes Verfahren geeignet. Auf der Axe einer durch einen Gasmotor angetriebenen Drehbank ist eine stählerne Kreissäge montiert und wird mit grosser Geschwindigkeit in Umdrehung versetzt; der Gypskrystall, welcher zerschnitten werden soll, ist auf einem Brett, das von dem Support der Drehbank getragen wird, befestigt. Zwei eiserne Stangen, die von Schrauben gehalten werden, pressen den Krystall solide gegen das Brett und zwischen ihnen passiert die Kreissäge hindurch. Mittels einer von den beiden zu einander rechtwinkligen Bewegungen, die der Support zulässt, kann der Krystall an die richtige Stelle gebracht werden, und mittels der anderen Bewegung lässt man ihn langsam und gleichförmig gegen die Säge vorrücken. Diese muss neu oder doch nur wenig gebraucht sein wenn die Schnittflächen eben und glatt zu Stande kommen sollen.

[2]) p. 156 dieses Buches.

Apparates bei jedem Einfallswinkel den Brechungsexponenten n_2 bestimmen. Die Berechnung geschah nach der Formel: $n^2 \sin^2 A = \sin^2 i + \sin^2 (d + A - i) + 2 \sin i \sin (d + A - i) \cos A$, worin n den gesuchten Brechungsexponenten, i den Einfallswinkel beim Eintritt in das Prisma, A den Brechungswinkel des letzteren und d den gemessenen Ablenkungswinkel bezeichnet. Fallen die Strahlen normal auf das Prisma, so geht diese Formel über in:

$$n = \frac{\sin (d + A)}{\sin A}.$$

Indem ich ferner auf das Prisma Strahlen mit horizontalen Schwingungen fallen liess und den Einfallswinkel so lange variierte, bis ich das Minimum der Ablenkung erhielt, konnte ich nach der Formel:

$$n = \frac{\sin \frac{d + A}{2}}{\sin \frac{A}{2}}$$

den Brechungsexponenten n_1 bestimmen.

Wohl wusste ich, dass die Prismenmethode bei der Bestimmung eines Brechungsexponenten für die elektromagnetischen Wellen keine grosse Genauigkeit gestattet; aber die Versuche über die Doppelbrechung im Gyps lassen zwischen den Brechungsexponenten n_1 und n_2 einen so grossen Unterschied vermuten, dass ich trotzdem zuversichtlich an die Messungen mit dem Prisma heranging.

Das Resultat derselben entsprach meinen Erwartungen. In der That erhielt ich aus verschiedenen Messungen mit vertikalen Schwingungen für n_2 den Wert 1,7; so z. B. fand ich für $i = 0$ ungefähr $d = 25^0$. Die Messungen mit horizontalen Schwingungen im Minimum der Ablenkung dagegen ergaben für dieses Minimum im Mittel 46^0 und somit $n_1 = 2{,}5$.

Bei diesem letzten Versuche ist, wie man sieht, die Ablenkung durch das Prisma sehr gross; das Selenitprisma könnte deshalb zweckmässig zu einem Demonstrationsversuche über die Brechung der elektromagnetischen Wellen dienen.

Die Differenz 0,8 zwischen n_1 und n_2 stimmt ziemlich gut mit der aus den Doppelbrechungsversuchen gewonnenen überein.

Mit Bezug auf die Versuchsanordnung ist Folgendes zu erwähnen. Um den Resonator (der mit seinem parabolischen Spiegel ausgestattet war) der Einwirkung der neben dem Prisma vorbeigehenden Wellen zu entziehen, wurden gegen die brechenden Flächen des letzteren zwei grosse Metallschirme gestellt. Jeder derselben war mit einem rechteckigen Ausschnitt versehen, dessen horizontale Seite 16 cm und dessen vertikale Seite 10 cm lang war; natürlich wurden diese Ausschnitte vor die Flächen des Prismas gebracht.

Zur Bestimmung des Brechungsindex n_3 habe ich ein zweites Prisma von ungefähr der gleichen Grösse wie das vorhin beschriebene konstruiert. Die Kanten dieses zweiten Prismas sind, ebenso wie diejenigen des ersten, zur Symmetrieaxe parallel, dagegen steht die nichtfaserige Spaltrichtung nicht parallel, sondern senkrecht zur Halbierungsebene des brechenden Winkels. Demnach liefert dieses Prisma, wenn man Strahlen mit vertikalen Schwingungen auf dasselbe fallen lässt, unter jedem beliebigen Einfallswinkel eine neue Bestimmung des Brechungsexponenten n_2, dagegen mit horizontalen Schwingungen im Minimum der Ablenkung eine Bestimmung des Exponenten n_3.

Es war indessen vorauszusehen, dass das Verfahren nicht hinreichend genau sein würde, um den Unterschied zwischen den Exponenten n_2 und n_3, den die Doppelbrechungsversuche als sehr klein erwiesen hatten, hervortreten zu lassen.

In der That zeigten sich die mit dem neuen Prisma erhaltenen Werte von n_2 und n_3 nicht merklich verschieden von einander. Ihr Wert 1,8 unterscheidet sich nur wenig von dem mit dem ersten Prisma erhaltenen Werte von n_2.

Eine Einzelheit nimmt bei den geschilderten Versuchen die Aufmerksamkeit in Anspruch. Bei den Beobachtungen mit dem ersten Prisma und mit horizontalen Schwingungen findet man die Intensität der austretenden Strahlung zwei-

fellos geringer als in den anderen Fällen. Die in den früheren Doppelbrechungsversuchen hervorgetretene Absorption des Gyps für Schwingungen, die zu seiner nichtfaserigen Spaltrichtung parallel sind, erhält dadurch eine Bestätigung.

Wenngleich die für n_1, n_2 und n_3 gefundenen Werte nur als eine erste Annäherung gelten können, so bestätigen sie doch, was ich aus meinen früheren Versuchen geschlossen hatte, namentlich also, dass im Selenit die Doppelbrechung der elektromagnetischen Wellen ausserordentlich viel stärker ist als diejenige der Lichtwellen.

II.

Über die Orientierung einer Selenitscheibe in einem homogenen elektrischen Felde.[1])

1. Die Maxwell'sche Beziehung, das heisst die Gleichheit zwischen der Dielektrizitätskonstante einer Substanz und dem Quadrate ihres Brechungsexponenten, lässt sich für gewisse Körper ohne Messungen ihrer Dielektrizitätskonstante und ihres Brechungsenponenten auf indirektem Wege verifizieren. Derartige Körper sind die in den beiden letzten Krystallsystemen krystallisierenden Dielektrika.

Für jedes Dielektrikum, welches weder amorph ist noch im regulären System krystallisiert, existieren bekanntlich drei zu einander orthogonale Richtungen, die sogenannten *Induktionsaxen* oder *Axen der elektrischen Polarisation.* Diese sind dadurch charakterisiert, dass die Polarisation längs derselben zu der erzeugenden elektrischen Kraft parallel ist und dass von den drei auf sie bezüglichen Dielektrizitätskonstanten, den sogenannten *Hauptdielektrizitätskonstanten* (von welchen bei den zum zweiten und dritten Krystallsystem gehörigen Körpern zwei einander gleich sind) eine das Maximum und eine das Minimum der Werte darstellt, welche die Dielektrizitätskonstante nach den verschiedenen Richtungen annimmt. Die Maxwell'sche Beziehung verlangt dann, dass die drei Axen der elektrischen Polarisation mit den drei Axen der optischen Elastizität zusammenfallen; und zwar muss die Axe, welcher die grösste, bezw. die mittlere und die kleinste Dielektrizitätskonstante angehört, mit derjenigen Axe der

[1]) Aus den Rendiconti della R. Accademia delle Scienze di Bologna. 30. Mai 1897.

optischen Elastizität zusammenfallen, welcher bezw. der grösste, der mittlere und der kleinste Hauptbrechungsexponent entspricht.

Bei den Dielektrizis, welche dem zweiten, dritten und vierten Krystallsystem angehören, braucht dieses Zusammenfallen nicht erst durch den Versuch bewiesen zu werden, da ja aus Gründen der Symmetrie sowohl die Axen der elektrischen Polarisation wie diejenigen der optischen Elastizität mit den krystallographischen Axen zusammenfallen müssen.[1]) Bei den Dielektrizis, welche in den beiden letzten Systemen krystallisieren, ist dagegen die experimentelle Bestätigung nicht zu entbehren.

In der That fällt bei den Krystallen des fünften (monoklinen) Systems, z. B. beim Selenit, zwar die eine Axe der optischen Elastizität mit der Symmetrieaxe zusammen, die Richtung der beiden anderen dagegen, die in der Symmetrieebene liegen, ist von der Krystallform unabhängig und sogar je nach der Wellenlänge des Lichtes eine andere. Bei den Dilektrizis des sechsten (triklinen) Systems endlich sind die Richtungen der drei Axen der optischen Elastizität von der Krystallform völlig unabhängig und mit der Wellenlänge veränderlich. Bei den Dielektrizis des fünften Systems bleibt also zu untersuchen, ob die beiden in der Symmetrieebene liegenden Axen der elektrischen Polarisation[2]) mit den in derselben Ebene liegenden Axen der optischen Elastizität zusammenfallen oder nicht; und bei den Dielektrizis des triklinen Systems ist überhaupt festzustellen, ob die beiden Arten von Axen dieselbe Lage haben.

Die Maxwell'sche Beziehung scheint sich nun am besten zu bestätigen, wenn die Dielektrizitätskonstanten in einem rapide alternierenden elektrischen Felde und die Brechungs-

---

[1]) Am Turmalin, Topas, Quarz, Arragonit, Kalkspath und Schwefel wurde dies von Root (Pogg. Ann. Bd. 158, p. 31 und 425. 1876) nachgewiesen.

[2]) Für einige dieser Körper hat neuerdings Borel (Arch. des Sciences Phys. et Nat. v. 30 p. 131) die Richtung der Axen der elektrischen Polarisation bestimmt.

exponenten für sehr lange Wellen (möglichst von derselben Periode wie diejenige des alternierenden Feldes) gemessen werden. Will man deshalb das Zusammenfallen der beiden Axensysteme prüfen, so bestimmt man am vorteilhaftesten die Richtung der Axen der elektrischen Polarisations mittels eines rapide alternierenden Feldes, und die Richtung derjenigen Axen, welchen die drei Hauptbrechungsexponenten entsprechen, mit Hilfe elektromagnetischer Wellen.

2. Nur beim Selenit ist bis jetzt die Richtung der Axen, welchen die drei Hauptbrechungsexponenten für elektromagnetische Wellen entsprechen, bestimmt worden.[1]) Bei diesem habe ich nämlich nachgewiesen, dass die Richtung, welcher der grösste von den Hauptbrechungsexponenten entspricht, mit der nichtfaserigen sekundären Spaltrichtung zusammenfällt, und dass die (nur sehr wenig von einander abweichenden) Richtungen des mittleren und des kleinsten Hauptbrechungsexponenten mit der Symmetrieaxe, resp. mit der Senkrechten zur nichtfaserigen Spaltrichtung zusammenfallen. Deshalb schien es mir von Interesse, zu untersuchen, ob die Axe der elektrischen Polarisation, welcher die grösste Hauptdielektrizitätskonstante entspricht, der Maxwell'schen Beziehung gemäss mit der besagten Spaltrichtung übereinstimmt.

Kennt man die Richtung nur einer von den Axen der elektrischen Polarisation und will die Richtungen der beiden anderen bestimmen, so muss man aus der zu untersuchenden Substanz eine Scheibe normal zu der bekannten Richtung herausschneiden und sie an einem Faden wagerecht zwischen zwei parallelen vertikalen Metallplatten aufhängen. Erhalten diese Platten entgegengesetzte elektrische Ladungen und wird dadurch ein elektrisches Feld erregt, welches in der Mitte zwischen den Platten als homogen gelten darf, so dreht sich die Scheibe in ihrer Ebene so weit, bis der zur Axe der grössten Dielektrizitätskonstante parallele Durchmesser in die Richtung der Kraftlinien zu liegen kommt. Infolge der Torsionselastizität des Aufhängefadens kann freilich die

[1]) S. vorstehenden Abschnitt p. 201 und ff.

Scheibe diese Orientierung im allgemeinen nicht ganz erreichen. Ändert man aber durch schrittweises Probieren die Anfangs-Orientierung der Scheibe so lange, bis sie bei Herstellung des elektrischen Feldes unbeweglich bleibt, oder, falls man sie in Rotation versetzt hatte, unter dem Einflusse des elektrischen Feldes dieselbe Gleichgewichtslage wie ohne das Feld annimmt, so ist eben diejenige Orientierung gefunden, welche die Elastizität des Fadens vorher nicht hatte erreichen lassen. Im Prinzip ist dies die Methode, welche ich beim Selenit benutzt habe.

Einen analogen Versuch mit diesem Körper hatte schon Knoblauch[1]) ausgeführt. Nach diesem Autor orientiert sich eine durch Hauptspaltflächen begrenzte und an einem Faden aufgehängte Selenitscheibe in einem homogenen elektrischen Felde derart, dass die kleine Diagonale des von der faserigen und der glasigen sekundären Spaltrichtung eingeschlossenen Rhombus mit der Normalen zu den Kraftlinien einen *kleinen Winkel* einschliesst. Nimmt man nun den Winkel zwischen den beiden sekundären Spaltrichtungen = 67° an, so bildet die erwähnte kleine Diagonale mit der nichtfaserigen Spaltrichtung einen Winkel von 56,5°; und aus dem Knoblauch'schen Versuche folgt dann, dass zwischen der nichtfaserigen Spaltrichtung und den Kraftlinien ein Winkel besteht, der *wenig von 33,5° abweicht.*

Nach dem Knoblauch'schen Versuche wäre also die Maxwell'sche Beziehung nicht bestätigt. Mit Rücksicht auf die Bedingungen jenes Versuches schien mir indessen eine Wiederholung desselben unter Anwendung eines rapide alternierenden elektrischen Feldes geboten.

3. Zu meinem Versuche benutzte ich Selenitscheiben von 2 cm Durchmesser und 2 mm Dicke, die folgendermaassen hergestellt wurden.

Ein dünnwandiges Stahlrohr, dessen eines Ende mit der Feile zu einem Kranz von Zähnen nach Art der Zähne einer Säge gestaltet war, wurde auf der Drehbank um seine Axe

[1]) Pogg. Ann. 83, p. 289. 1851.

in Rotation versetzt. Gegen diese Zähne wurde mit langsamer Bewegung durch Vermittlung der sog. Reitspindel ein vertikales Brett gedrückt, auf welchem eine zu den Hauptspaltflächen parallele Selenitplatte befestigt war. Das gezahnte Rohr schnitt also in den Selenit einen kreisförmigen Kanal von zunehmender Tiefe, bis aus dem Krystall ein vollkommen reguläres kreisförmiges Scheibchen isoliert war, das innerhalb des Rohres blieb.

Vorher schon waren auf der Selenitplatte parallel zur nichtfaserigen Spaltrichtung eine Anzahl von Geraden gezogen worden. Irgend eine von diesen kam nun auch auf das Scheibchen zu liegen und ermöglichte es, auf demselben in gleichem Abstande von einander vier Mantellinien zu ziehen, von welchen zwei sich an den Enden des zur nichtfaserigen sekundären Spaltrichtung parallelen Durchmessers, die zwei anderen (die zur Vermeidung von Verwechslungen besonders bezeichnet waren) an den Enden des zu jenem senkrechten Durchmessers befanden.

Diese Linien dienten dazu, die Orientierung der Scheibe in dem elektrischen Felde zu bestimmen.

Jede Scheibe wird dann auf der Drehbank ganz auf dieselbe Weise durchbohrt, wie wenn es sich darum handelte, einer abgedrehten Metallplatte genau im Mittelpunkte eine normale Durchbohrung zu geben. Nur ist dazu ein Spiralbohrer am geeignetsten.

Auf diese Art erhielt ich mehrere Selenitscheibchen, jedes mit einer Öffnung von ungefähr 1 mm Durchmesser, deren Axe mit der geometrischen Axe des Zylinders zusammenfiel. Mittels dieser Öffnung ist es leicht, die Scheiben in passender Weise aufzuhängen.

Zu diesem Zwecke wird durch die Öffnung der Scheibe AB (Fig. 34) ein unten dickerer konischer Glasfaden CD mit vollkommen geradliniger Axe eingeführt, auf welchem die Scheibe stecken bleibt. Das dünn ausgezogene obere Ende C des Fadens ist zum Haken gebogen und steckt in einem anderen kleinen Haken E, der am unteren Ende des Aufhänge-

fadens befestigt ist. Dieser ist ein etwa 22 cm langer dünner Quarzfaden.

Die vollkommen regelmässige Gestalt des aufgehängten Systems ist daraus ersichtlich, dass dasselbe bei rapider Drehung um seine Axe dem Auge wie unbeweglich erscheint.

Fig. 34.

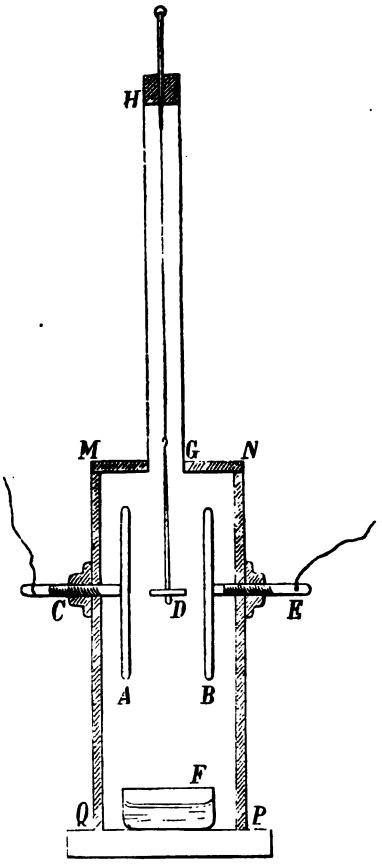


Fig. 35.

Zum Schutz gegen Luftströmungen ist die Selenitscheibe D (Fig. 35) und der Glasfaden in einem Glasgehäuse MNPQ untergebracht; auf diesem sitzt ein Rohr GH, an dessen oberem Ende der Quarzfaden befestigt ist. Das Scheibchen befindet sich zwischen zwei vertikalen parallelen Messing-

platten A und B, deren Entfernung von einander mittels der Schrauben C und E reguliert werden kann; gewöhnlich betrug dieselbe 2,5 cm. Auf noch näher zu beschreibende Art erhalten diese Platten entgegengesetzte Potentiale und die Selenitscheibe zwischen denselben befindet sich somit in einem merklich homogenen elektrischen Felde. Um die Luft in dem Glasgehäuse trocken zu erhalten, steht in demselben ein Gefäss F mit Schwefelsäure.

Die Orientierung des Scheibchens wird durch Beobachtung seines Randes mit einem Fernrohr für kleine Distanzen (von einem Gambey'schen Deklinatorium stammend) bestimmt, welches man so aufstellt, dass seine Axe mit der zu den Metallplatten parallelen und durch den Mittelpunkt des Scheibchens gehenden horizontalen Geraden zusammenfällt. Erscheint eine der Linien, welche auf dem Umfange des Scheibchens an den Enden des zur nichtfaserigen Spaltrichtung senkrechten Durchmessers gezogen sind, im Gesichtsfelde des Fernrohres in der Verlängerung des Aufhängefadens, so ist die nichtfaserige Spaltrichtung sicher zu den Kraftlinien parallel.

Um den Metallplatten die erforderlichen alternierenden Ladungen mitzuteilen, bediente ich mich der bekannten Lecher'schen Versuchsanordnung. Zur Erzielung sicherer Resultate war es jedoch im vorliegenden Falle notwendig, dass die Potentiale der beiden Platten ziemlich hohe Werte erreichten — so hohe etwa, dass man bei Annäherung des Fingergelenks an eine der Platten $^1/_2$ cm lange Funken aus derselben ziehen konnte. Aus diesem Grunde mussten die verschiedenen Teile des Apparates etwas grössere Dimensionen als die sonst üblichen erhalten.

Die vier Metallplatten, nämlich die beiden primären und die beiden sekundären, sind quadratisch mit ungefähr 50 cm Seitenlänge Der Abstand zwischen den primären und den sekundären Platten beträgt 4 cm; die ersteren sind mit zwei Messingkugeln von 4 cm Durchmesser verbunden, welche 8 mm weit von einander entfernt sind und mit den Polen eines Induktionsapparates kommunizieren, der in Luft 15 cm lange

Funken zu geben vermag. Die beiden horizontalen Kupferdrähte, welche von den sekundären Platten zu den Platten A und B der Fig. 35 führen, sind $9^1/_2$ Meter lang, etwas über 1 mm dick und 26 cm weit von einander entfernt. Auf die Drähte kann man eine oder zwei Brücken setzen; im letzteren Falle ist die Wellenlänge durch die Dimensionen der Leiter zwischen denselben gegeben. Bei meinen Versuchen betrug diese Wellenlänge stets 14 bis 15 Meter; die Periode, nach welcher das elektrische Feld zwischen den Platten seine Richtung wechselte, war deshalb kürzer als 1/20 000 000.

Um den Ort der Brücken zu bestimmen, benutzte ich eine kleine Geisslersche Röhre, deren Elektroden provisorisch mit den Platten A und B der Fig. 35 verbunden wurden.

4. Folgendes war nun das Ergebnis des Versuches, den ich mehrmals mit verschiedenen Selenitscheiben ausführte.

Wird der Induktionsapparat in Thätigkeit gesetzt, so beginnt zumeist das aufgehängte Scheibchen zu rotieren und kommt erst nach vielen langsamen Schwingungen[1]) zur Ruhe. Hört der Induktionsapparat zu wirken auf, so kehrt das Scheibchen nach abermaligen Schwingungen in seine Anfangslage zurück.

Die Verschiebung der Gleichgewichtslage des Scheibchens durch das elektrische Feld erfolgt immer in dem Sinne, dass die nichtfaserige Spaltrichtung sich der Richtung der Kraftlinien nähert. In der Regel bleibt allerdings zwischen diesen beiden Richtungen noch ein gewisser Winkel übrig; derselbe ist jedoch um so kleiner, je kleiner auch vor der Wirkung des elektrischen Feldes der Winkel zwischen der besagten Spaltrichtung und der Senkrechten zu den Messingplatten gewesen war. Es ist deshalb anzunehmen, dass nur die Torsionselastizität des Quarzfadens das Scheibchen verhindert, sich mit der nichtfaserigen Spaltrichtung parallel zu den Kraftlinien zu orientieren. Die Richtigkeit dieser Annahme erhellt aus der Thatsache, dass das Scheibchen auch bei Herstellung des elektrischen Feldes unbeweglich bleibt, wenn

[1]) Zu einer einfachen Torsionsschwingung brauchte das an dem Quarzfaden aufgehängte Scheibchen im Mittel ungefähr 130 Sekunden.

man seinen zur nichtfaserigen Spaltrichtung parallelen Durchmesser durch passendes Drehen der Aufhängevorrichtung schon vor der Erregung des elektrischen Feldes parallel zu den Kraftlinien orientiert hatte.

Innerhalb der bei dem geschilderten Versuche erreichbaren Genauigkeitsgrenzen ergiebt sich also aus demselben, dass die Richtung, welcher die maximale Hauptdielektrizitätskonstante angehört, mit der Richtung des maximalen Hauptbrechungsexponenten für die elektromagnetischen Wellen zusammenfällt, und dass somit die Maxwell'sche Beziehung bestätigt ist. Sicherlich hätte selbst ein erheblich kleinerer Winkel als derjenige von etwa 33,5°, wie er nach den Versuchen von Knoblauch zwischen den beiden Richtungen vorhanden sein sollte, meiner Beobachtung nicht entgehen können.

Beilagen.

Beilage *A*.

Über die durch einen kleinen Oszillator, sowie durch zwei orthogonale kleine elektrische Schwingungen oder vermittelst einer gleichförmigen Rotation erzeugten elektromagnetischen Wellen.[1])

1. Wie bekannt, ist Hertz, indem er für seine Fundamentalgleichungen eine Lösung fand, welche die von einer kleinen geradlinigen elektrischen Schwingung erzeugten elektromagnetischen Wellen darstellt, zu einer angenäherten Theorie seines Oszillators gelangt[2]). Die Methode, deren er sich bediente, lässt sich erweitern und auf andere Untersuchungen anwenden; insbesondere vermag sie zur analytischen Darstellung der von mehreren geradlinigen elektrischen Schwingungen mit gleicher oder verschiedener Periode erzeugten Wellen zu dienen.

Zum Ausgangspunkt sollen uns die Hertz'schen Fundamentalgleichungen in folgender Gestalt

$$A\frac{dL}{dt} = \frac{dZ}{dy} - \frac{dY}{dz} \text{ etc. und}$$

$$A\frac{dX}{dt} = \frac{dM}{dz} - \frac{dN}{dy} \text{ etc.}$$

dienen, worin also $\varepsilon = 1$ und $\mu = 1$ angenommen ist und A mithin den reziproken Wert der Fortpflanzungsgeschwindigkeit

---

[1]) Diese Beilage bildet bis auf einige dem Zwecke des Buches entsprechende Änderungen und Zusätze die Wiedergabe einer in den *Memorie della R. Acc. di Bologna* (5) 4, p. 657–670. 1894 veröffentlichten Abhandlung.

[2]) Die Kräfte elektrischer Schwingungen, behandelt nach der Maxwell'schen Theorie. Wied. Ann. 36, p. 1. 1889. — Untersuchungen über die Ausbreitung der elektrischen Kraft, p. 147.

der elektromagnetischen Wellen bedeutet. Um diese Gleichungen und die vier analogen auf die gewöhnliche Form zu bringen, brauchte man in denselben nur anstatt X, Y, Z, L, M, N, A der Reihe nach $X\sqrt{\varepsilon}$, $Y\sqrt{\varepsilon}$, $Z\sqrt{\varepsilon}$, $L\sqrt{\mu}$, $M\sqrt{\mu}$, $N\sqrt{\mu}$, und $A\sqrt{\varepsilon}\sqrt{\mu}$ zu setzen. Wie leicht nachzuweisen, werden die vorstehenden Gleichungen erfüllt, indem man setzt:

$$X = -\frac{d^2\Pi}{dxdz}, \quad Y = -\frac{d^2\Pi}{dydz}, \quad Z = \frac{d^2\Pi}{dx^2} + \frac{d^2\Pi}{dy^2},$$

$$L = A\frac{d^2\Pi}{dydt}, \quad M = -A\frac{d^2\Pi}{dxdt}, \quad N = 0,$$

vorausgesetzt, dass die mit Π bezeichnete Funktion von x, y, z und t der Bedingung

$$A^2\frac{d^2\Pi}{dt^2} = \Delta\Pi$$

genügt[1]).

Für Π werde nun die folgende Funktion

$$\Pi = \frac{El}{r}\sin\left[2\pi n\,(t - A\,r)\right]$$

genommen, welche, wie leicht zu zeigen, der vorstehenden Bedingung genügt und worin $r = \sqrt{x^2 + y^2 + z^2}$ zu setzen ist und E und l zwei Konstanten sind, von deren Bedeutung weiterhin die Rede sein wird. Für die Komponenten der elektrischen und magnetischen Kraft, welche durch den Index$_1$ gekennzeichnet werden sollen, ergeben sich dann die Gleichungen:

---

[1]) Allgemeiner: Sind Π_1 Π_2 und Π_3 drei Funktionen von x, y, z und t, von welchen jede der Bedingung $A^2 d^2\Pi/dt^2 = \Delta\Pi$ entspricht, so werden die Fundamentalgleichungen durch die Ausdrücke:

$$X = \frac{d}{dz}\left(\frac{d\Pi_1}{dz} - \frac{d\Pi_3}{dx}\right) + \frac{d}{dy}\left(\frac{d\Pi_1}{dy} - \frac{d\Pi_2}{dx}\right),$$

$$L = A\frac{d}{dt}\left(\frac{d\Pi_3}{dy} - \frac{d\Pi_2}{dz}\right)$$

und die analogen für Y und Z, M und N, welche aus diesen durch zyklische Vertauschung entstehen, erfüllt.

$$[1]\quad \begin{cases} X_1 = \dfrac{Elm^2}{r^3}\left(\sin\vartheta - \dfrac{3}{mr}\cos\vartheta - \dfrac{3}{m^2r^2}\sin\vartheta\right)xz, \\ Y_1 = \dfrac{Elm^2}{r^3}\left(\sin\vartheta - \dfrac{3}{mr}\cos\vartheta - \dfrac{3}{m^2r^2}\sin\vartheta\right)yz, \\ Z_1 = \dfrac{Elm^2}{r^3}\left(-(x^2+y^2)\sin\vartheta + \dfrac{x^2+y^2-2z^2}{mr}\left(\cos\vartheta + \dfrac{\sin\vartheta}{mr}\right)\right), \end{cases}$$

$$[2]\quad \begin{cases} L_1 = \dfrac{Elm^2}{r^2}\left(\sin\vartheta - \dfrac{\cos\vartheta}{mr}\right)y, \\ M_1 = \dfrac{Elm^2}{r^2}\left(-\sin\vartheta + \dfrac{\cos\vartheta}{mr}\right)x, \\ N_1 = 0. \end{cases}$$

Der Kürze halber ist in diesen Formeln ϑ an Stelle von $2\pi\, n\,(t - Ar)$ und m an Stelle von $2\pi nA$ gesetzt. [1])

In der zitierten Arbeit stellt Hertz die sechs Komponenten in anderer Form dar, indem er gewisse Funktionen P und Q einführt; für unseren Zweck indessen sind die Gleichungen [1] und [2] vorzuziehen.

Um festzustellen, welche elektromagnetische Erscheinung im Ursprung O der Koordinaten vorhanden sein muss, damit die durch die Gleichungen [1] und [2] definierte Verteilung der Kräfte nach Zeit und Ort bestehe, untersucht Hertz, welche Werte die sechs Komponenten in der Nachbarschaft des Punktes O annehmen.

Dieselben sind, so findet er, nichts anderes als die Komponenten der Kräfte, welche von einer in O vorhandenen und nach der z-Axe gerichteten kleinen elektrischen Schwingung ausgehen. Dies ergiebt sich folgendermaassen. Es werde vorausgesetzt, r sei im Vergleiche zu $\lambda = \dfrac{1}{An}$ klein, das heisst also Anr sei zu vernachlässigen. Dann reduziert sich Π auf $\dfrac{El}{r}\sin(2\pi nt)$ oder auf $\dfrac{El}{r}\sin\vartheta_0$ wenn $\vartheta_0 = 2\pi nt$

[1]) Wie man sieht, hat n hier eine andere Bedeutung als derselbe Buchstabe in der Hertz'schen Abhandlung; und m hat hier das entgegengesetzte Zeichen wie bei Hertz. Ich habe mir diese Änderungen gestattet, um die trigonometrische Funktion auf die Form zu bringen, welche man derselben allgemein in der Optik giebt.

gesetzt wird. Berechnet man dann von neuem die sechs Komponenten, so gelangt man zu folgendem Resultat (welches man übrigens auch erhält, indem man in den Gleichungen [1] und [2] nur die Ausdrücke mit den höchsten Potenzen von r im Nenner berücksichtigt):

$$[3]\begin{cases} X_1 = -\dfrac{El}{r^5} \cdot 3xz \sin\vartheta_0, \\ Y_1 = -\dfrac{El}{r^5} 3yz \sin\vartheta_0, \\ Z_1 = \dfrac{El}{r^5}(x^2 + y^2 - 2z^2) \sin\vartheta_0, \end{cases}$$

$$[4]\begin{cases} L_1 = -\dfrac{Elm}{r^3} \cdot y \cos\vartheta_0, \\ M_1 = \dfrac{Elm}{r^3} \cdot x \cos\vartheta_0, \\ N_1 = 0. \end{cases}$$

Setzt man nunmehr $\varphi_1 = -\dfrac{El}{r^3} z \sin\vartheta_0$, so hat man, wie leicht zu verifizieren:

$$X_1 = -\frac{d\varphi_1}{dx}, \quad Y_1 = -\frac{d\varphi_1}{dy}, \quad Z_1 = -\frac{d\varphi_1}{dz}.$$

φ_1 ist aber nichts anderes als das Potential, welches im Punkte (xyz) von zwei auf der z-Axe befindlichen Ladungen — E sin ϑ_0 und + E sin ϑ_0 hervorgebracht wird, wenn die erstere sich im Abstande $^1/_2$ l, die zweite im Abstande — $^1/_2$ l vom Ursprung befindet und l als klein gegen r angenommen wird. Der Ausdruck für dieses Potential lautet nämlich:

$$-E \sin\vartheta_0 \left(\frac{1}{\sqrt{r^2 + \frac{l^2}{4} - lz}} - \frac{1}{\sqrt{r^2 + \frac{l^2}{4} + lz}}\right);$$

derselbe wird $= \varphi_1$, wenn man l als klein gegen r annimmt.

Man sieht so zunächst, dass die elektrische Kraft in der Nähe von O diejenige ist, die von zwei oszillierenden Ladungen $\pm$ E sin ($2\pi nt$), welche einen elektrischen Doppelpunkt vom Moment El sin ($2\pi nt$) bilden, erzeugt werden

kann. Die beiden Endkapazitäten eines kleinen geradlinigen Oszillators verhalten sich sehr angenähert in dieser Weise.

Andererseits stellen die Gleichungen [4] die magnetische Kraft des Wechselstromes dar, welcher längs der Geraden l die Änderungen der Ladungen des elektrischen Doppelpunktes begleitet.

Nehmen wir nämlich l als sehr klein an, so ist die von dem besagten Strome — dessen Intensität $A \frac{d(E \sin \vartheta_0)}{dt} = Em \cos \vartheta_0$ beträgt — herrührende magnetische Kraft nach dem Laplace'schen Gesetze durch den Ausdruck:

$$\frac{Em \cos \vartheta_0 . l \sin \omega}{r^2}$$

gegeben, worin ω den Winkel zwischen r und Oz bezeichnet. Dieselbe steht ferner senkrecht zu der durch Oz und den Punkt (xyz) gehenden Ebene und ihre Richtungscosinus mit den drei Axen betragen daher: $\frac{-y}{r \sin \omega}, \frac{x}{r \sin \omega}$ und 0. Berechnet man danach die drei Komponenten der magnetischen Kraft, so erhält man eben die Ausdrücke [4.]

Der oszillierende Strom, welcher in dem geradlinigen Leiter des kleinen Oszillators auftritt, erzeugt sonach eben die magnetische Kraft mit den Komponenten L_1, M_1 und N_1.

Auf diese Weise hatte Hertz gezeigt, dass die Gleichungen [1] und [2] die Wirkung darstellen, welche von einem kleinen Oszillator oder von einer in O vorhandenen und nach der z-Axe gerichteten kleinen elektrischen Schwingung mit der Periode 1/n ausgeht.

Es ist auch möglich, die Komponenten [3] als von einer dielektrischen Kugel mit der Dielektrizitätskonstante k und dem kleinen Radius R in einem alternierenden elektrischen Felde von der Intensität φ herrührend zu betrachten, wofern $\varphi R^3 \frac{k-1}{k+2}$ (vgl. Beilage *B*) gleich dem Moment El sin $(2\pi nt)$ des eben betrachteten elektrischen Doppelpunktes ist.

2. Die vorstehenden Gleichungen können auch auf andere Weise interpretiert werden, falls man annimmt, dass

eine bewegte elektrische Ladung in dem umgebenden Dielektrikum magnetische Kräfte wachruft, und zwar, dass die magnetische Kraft einer mit der Geschwindigkeit v bewegten Ladung e in einem um die Strecke r entfernten Punkte des Dielektrikums durch den Ausdruck $A \frac{e\, v \sin \omega}{r^2}$[1]), in welchem ω den Winkel zwischen v und r bezeichnet, dargestellt ist und senkrecht zur Ebene v r steht[2]).

Man denke sich auf der z-Axe eine Ladung — E in der Entfernung $\frac{1}{2} l \sin \vartheta_0$ vom Ursprung, und eine Ladung + E in der Entfernung $-\frac{1}{2} l \sin \vartheta_0$ vom Ursprung. Die beiden einander gleichen und entgegengesetzten Ladungen vollführen Pendelschwingungen, die in jedem Augenblicke entgegengesetzt gerichtet sind. In dem Punkte (xyz), dessen Entfernung r vom Ursprung als klein gegen A n anzunehmen ist, erzeugen diese Ladungen ein Potential, dessen Ausdruck folgendermaassen lautet:

$$-E\left(\frac{1}{\sqrt{x^2+y^2+(z-\frac{1}{2} l \sin\vartheta_0)^2}} - \frac{1}{\sqrt{x^2+y^2+(z+\frac{1}{2} l \sin\vartheta_0)^2}}\right).$$

Nimmt man l als klein an, so wird dieser Ausdruk $= \varphi_1$. Die Kräfte [3] können also so aufgefasst werden, als ob sie von einem mechanisch vibrierenden elektrischen Doppelpunkt herrührten.

Andererseits besitzt die Ladung — E, welche zur Zeit t um $\frac{1}{2} l \sin \vartheta_0$ vom Koordinatenanfange entfernt ist, in diesem Augenblicke die Geschwindigkeit

$$\frac{d}{dt}\left(\tfrac{1}{2} l \sin {}_0\vartheta\right) = \frac{ml}{2A} \cos \vartheta_0$$

und erzeugt daher im Punkte (xyz) die magnetische Kraft

$$f_1 = -\frac{Eml \cos \vartheta_0 \sin \omega_1}{r_1^2},$$

---

[1]) Der Faktor A ist durch die hier angenommenen Einheiten bedingt.

[2]) J. J. Thomson, Phil. Mag. April 1881, p. 236.

worin r_1 die Entfernung zwischen der beweglichen Ladung und dem Punkte (xyz), sowie ω_1 den Winkel zwischen r_1 und Oz bezeichnet. Ebenso hat die Ladung E, welche sich zur Zeit t in der Entfernung $-\frac{1}{2}l \sin \vartheta_0$ von O befindet, die Geschwindigkeit $-\frac{ml}{2A} \cos \vartheta_0$ und erzeugt in (xyz) die magnetische Kraft

$$f_2 = -\frac{Eml \cos \vartheta_0 \sin \omega_2}{r_2^2},$$

worin r_2 den Abstand der beweglichen Ladung vom Punkte (xyz), sowie ω_2 den Winkel zwischen r_2 und Oz bezeichnet. Da die Kräfte f_1 und f_2 beide senkrecht zu der durch (xyz) und die z-Axe gehenden Ebene gerichtet sind, so vereinigen sie sich zu einer Kraft $f_1 + f_2$, deren Richtungscosinus bezw. durch: $\frac{y}{\sqrt{x^2+y^2}}$, $\frac{-x}{\sqrt{x^2+y^2}}$ und 0 gegeben sind. Und da ferner $\sin \omega_1 = \frac{\sqrt{x^2+y^2}}{r_1}$ und $\sin \omega_2 = \frac{\sqrt{x^2+y^2}}{r_2}$ ist, so ergeben sich für die drei Komponenten der Kraft $f_1 + f_2$ die Formeln:

$$-\frac{Eml}{2} y \cos \vartheta_0 \left(\frac{1}{r_1^3} + \frac{1}{r_2^3}\right), \quad \frac{Eml}{2} x \cos \vartheta_0 \left(\frac{1}{r_1^3} + \frac{1}{r_2^3}\right), \quad 0.$$

Nimmt man dann an, dass l gegen r klein sei, so gehen diese drei Formeln in die Ausdrücke [4] für L_1, M_1 und N_1 über.

Wir sind sonach zu dem Schlusse berechtigt, dass „als Ursache der Kräfte [1] und [2] an Stelle der vorhin definierten elektrischen Schwingung auch die mechanische Oszillation zweier elektrischer Massen — E und + E gelten kann, welche um den Punkt O längs der z-Axe Pendelbewegungen von sehr kleiner Amplitude l und mit der Periode 1/n in der Weise vollführen, dass sie sich in jedem Moment mit Bezug auf O in symmetrischer Lage befinden.“

Infolge der Symmetrie der Fundamentalformeln entspricht jedem Theorem, welches nicht das Vorhandensein elektrischer

Ströme in Leitern in sich schliesst, ein reziprokes, in welchem die elektrischen und magnetischen Grössen vertauscht sind. Somit können wir folgenden Satz aufstellen: „Zwei gleiche und entgegengesetzte Magnetpole von den Intensitäten + E und — E, welche längs der z-Axe um O Pendelbewegungen von der Amplitude l und der Periode 1/n in der Weise vollführen, dass sie sich stets in symmetrischer Lage mit Bezug auf O befinden, erzeugen in dem umgebenden Dielektrikum Kräfte, welche durch die Gleichungen [1] und [2] gegeben sind, wenn wir in diesen die Grössen X_1, Y_1, Z_1, L_1, M_1 und N_1 beziehungsweise durch L_1, M_1, N_1, $— X_1$, $— Y_1$, und $— Z_1$ ersetzen."

Wie man sieht, wäre also die Herstellung von Oszillatoren anstatt mittels oszillatorischer Entladungen auch mit Hilfe der Schwingungen von elektrisierten Körpern oder von Magnetpolen möglich. Und da Schwingungen von konstanter Amplitude sich, z. B. mit Hilfe von Elektromagneten, beliebig lange erhalten lassen, so würden die Oszillatoren dieser neuen Art den Vorzug besitzen, frei von Dämpfung zu sein. Andererseits aber sind Pendelschwingungen nur mit relativ grosser Periode zu realisieren; die auf solche Weise erzeugten Wellen würden deshalb von sehr grosser Länge sein und es würde vielleicht nicht gelingen, mit denselben die Interferenzerscheinungen zu bekommen, die mit den Hertz'schen Oszillatoren so leicht zu beobachten sind.

Ebenso schwierig würde es sein, mit Schwingungsbewegungen von solcher Grösse elektrische Resonanzwirkungen zu erzielen. Indessen könnte die akustische Resonanz vielleicht dazu dienen, um die von einem mechanischen Oszillator wachgerufenen Kräfte nachzuweisen. Stellt man sich z. B. einen elektrisierten Körper vor, welcher Schallschwingungen von derselben Periode wie die Schwingungen des Oszillators zu vollführen vermag, so würde die auf ihn wirkende oszillatorische elektrische Kraft auch bei sehr geringer Intensität imstande sein, denselben in Schwingungen zu versetzen. Wahrscheinlich würde es auf diese Weise gelingen, die von einem schwingenden magnetischen Doppel-

pol erzeugte elektrische Kraft, und in ähnlicher Weise auch die von einem elektrischen Doppelpunkt ausgehende magnetische Kraft der Beobachtung zugänglich zu machen.

3. Nehmen wir nun eine Funktion Π', welche der Bedingung:

$$A^2 \frac{d^2\Pi'}{dt^2} = \Delta\Pi'$$

genügt und setzen wir

$$X = -\frac{d^2\Pi'}{dx\,dy}, \quad Y = \frac{d^2\Pi'}{dx^2} + \frac{d^2\Pi'}{dz^2}, \quad Z = -\frac{d^2\Pi'}{dy\,dz},$$

$$L = -A\frac{d^2\Pi'}{dz\,dt}, \quad M = 0, \quad N = A\frac{d^2\Pi'}{dx\,dt}.$$

Es ist leicht nachzuweisen, dass durch diese Werte die Grundgleichungen erfüllt sind. Als besonderen Fall wollen wir nun $\Pi' = \frac{El}{r}\cos\vartheta$ setzen; es ergeben sich dann die folgenden Komponenten, die durch den Index $_2$ unterschieden werden sollen:

$$[5]\begin{cases} X_2 = \frac{Elm^2}{r^3}\left(\cos\vartheta + \frac{3}{mr}\sin\vartheta - \frac{3}{m^2r^2}\cos\vartheta\right)xy, \\ Y_2 = \frac{Elm^2}{r^3}\left(-(x^2+z^2)\cos\vartheta - \right. \\ \qquad \left. \frac{x^2-2y^2+z^2}{mr}\left(\sin\vartheta - \frac{\cos\vartheta}{mr}\right)\right), \\ Z_2 = \frac{Elm^2}{r^3}\left(\cos\vartheta + \frac{3}{mr}\sin\vartheta - \frac{3}{m^2r^2}\cos\vartheta\right)yz, \end{cases}$$

$$[6]\begin{cases} L_2 = -\frac{Elm^2}{r^2}\left(\cos\vartheta + \frac{\sin\vartheta}{mr}\right)z, \\ M_2 = 0, \\ N_2 = \frac{Elm^2}{r^2}\left(\cos\vartheta + \frac{\sin\vartheta}{mr}\right)x. \end{cases}$$

Mittels einer Überlegung nach Art der von Hertz angestellten, welche in dem ersten Paragraphen dieser Beilage wiedergegeben ist, liesse sich beweisen, dass diese Gleichungen die Wirkung einer in O stattfindenden und nach der y-Axe gerichteten kleinen elektrischen Schwingung mit

der Periode 1/n darstellen. Die Phase dieser Schwingung ist um $\pi/2$ von der Phase der Schwingung, welche nach der z-Axe gerichtet ist und die Kräfte [1] und [2] erzeugt, verschieden.

Da sowohl die Formeln [1] und [2], als auch diejenigen [5] und [6] partikuläre Lösungen der Fundamentalgleichungen darstellen, so ist es klar, dass wir zu einer neuen Lösung gelangen, wenn wir $X = X_1 + X_2$ etc. und $L = L_1 + L_2$ etc. setzen und dass das auf diese Art gewonnene System von Gleichungen die Wirkung der zwei elektrischen Schwingungen repräsentiert, die vorher gesondert betrachtet wurden; dieselben sind zu einander orthogonal, sie besitzen gleiche Periode und Amplitude und ihre Phasen sind um $\pi/2$ von einander verschieden. Die bezüglichen Formeln sind:

$$[7]\begin{cases} X = \dfrac{Elm^2}{r^3}\left\{\sin\vartheta\left(z + \dfrac{3y}{mr} - \dfrac{3z}{m^2r^2}\right)\right. \\ \qquad\qquad \left. + \cos\vartheta\left(y - \dfrac{3z}{mr} - \dfrac{3y}{m^2r^2}\right)\right\} x, \\ Y = \dfrac{Elm^2}{r^3}\left\{\sin\vartheta\left(yz - \dfrac{x^2 - 2y^2 + z^2}{mr} - \dfrac{3yz}{m^2r^2}\right)\right. \\ \qquad \left. + \cos\vartheta\left(-x^2 - z^2 - \dfrac{3yz}{mr} + \dfrac{x^2 - 2y^2 + z^2}{m^2r^2}\right)\right\}, \\ Z = \dfrac{Elm^2}{r^3}\left\{\sin\vartheta\left(-x^2 - y^2 + \dfrac{3yz}{mr} + \dfrac{x^2 + y^2 - 2z^2}{m^2r^2}\right)\right. \\ \qquad \left. + \cos\vartheta\left(yz + \dfrac{x^2 + y^2 - 2z^2}{mr} - \dfrac{3yz}{m^2r^2}\right)\right\}; \end{cases}$$

$$[8]\begin{cases} L = \dfrac{Elm^2}{r^2}\left\{\sin\vartheta\left(y - \dfrac{z}{mr}\right) - \cos\vartheta\left(z + \dfrac{y}{mr}\right)\right\}, \\ M = \dfrac{Elm^2}{r^2}\left(-\sin\vartheta + \dfrac{\cos\vartheta}{mr}\right) x, \\ N = \dfrac{Elm^2}{r^2}\left(\dfrac{\sin\vartheta}{mr} + \cos\vartheta\right) x. \end{cases}$$

Da das im § 2 dieser Abhandlung Gesagte auch auf die Gleichungen [5] und [6] anwendbar ist, so dürfen wir behaupten, dass die durch die Gleichungen [7] und [8] dar-

gestellte Kräfteverteilung ebensowohl wie als Wirkung zweier orthogonaler elektrischer Schwingungen, auch als Wirkung mechanischer, nach der y- und z-Axe gerichteter Schwingungen zweier Paare von elektrisierten Punkten (oder Magnetpolen) betrachtet werden kann.

4. Wir wollen nunmehr zeigen, dass die beiden mechanischen Schwingungen sich zu einer gleichförmigen Rotationsbewegung zusammensetzen können.

Man denke sich durch den Punkt O innerhalb der yz-Ebene eine Gerade gelegt, welche mit der y-Axe den Winkel $\vartheta_0 = 2\pi nt$ bildet; diese Gerade rotiere dann gleichförmig um O und auf derselben sollen sich in den Abständen $^1/_2 l$ und $-\,^1/_2 l$ von O die beiden elektrischen Massen — E und + E befinden. Wir wollen nun die Komponenten der von diesen beiden Ladungen in einem Punkte (x y z) erzeugten elektrischen Kraft unter der Voraussetzung finden, dass die Entfernung r des Punktes (xy z) vom Ursprung im Vergleich zu A n als klein gelten darf; desgleichen wollen wir die Komponenten der magnetischen Kraft finden, welche von denselben Ladungen durch ihre Bewegung im Punkte (xy z) wachgerufen wird.

Beginnen wir mit der elektrischen Kraft. Das von den Ladungen — E und + E herrührende Potential im Punkte (xy z) ist:

$$-E\left(\frac{1}{\sqrt{r^2+\frac{l^2}{4}-l\,(y\cos\vartheta_0+z\sin\vartheta_0)}}\right.$$
$$\left.-\frac{1}{\sqrt{r^2+\frac{l^2}{4}+l\,(y\cos\vartheta_0+z\sin\vartheta_0)}}\right)$$

Nimmt man l im Vergleich zu r als klein an, so erhält dieses Potential, welches wir mit φ bezeichnen wollen, die Form:

$$\varphi = -\frac{El}{r^2}\,(y\cos\vartheta_0 + z\sin\vartheta_0).$$

Die Komponenten der elektrischen Kraft sind: $-\,d\varphi/dx$ etc., oder:

$$[9]\begin{cases} X = -\frac{El}{r^5}(3xz\sin\vartheta_0 + 3xy\cos\vartheta_0), \\ Y = -\frac{El}{r^5}\left\{3yz\sin\vartheta_0 - (x^2 - 2y^2 + z^2)\cos\vartheta_0\right\}, \\ Z = -\frac{El}{r^5}\left\{-(x^2 + y^2 - 2z^2)\sin\vartheta_0 + 3yz\cos\vartheta_0\right\}. \end{cases}$$

Gehen wir nunmehr zur Berechnung der magnetischen Kraft über. Die Ladung — E befindet sich zur Zeit t in einem Punkte, dessen Koordinaten 0, $^1/_2 l\cos\vartheta_0$ und $^1/_2 l\sin\vartheta_0$ sind; da sie n Umdrehungen pro Sekunde auf einem Kreise vom Durchmesser l zurücklegt, so besitzt sie die Geschwindigkeit πnl, deren Richtungscosinus mit den Axen bezw. 0, — $\sin\vartheta_0$ und $\cos\vartheta_0$ betragen. Bezeichnen wir mit r_1 die Verbindungslinie der beweglichen Ladung mit dem Punkte (xyz), und mit ω_1 den Winkel von r_1 mit der Richtung der Geschwindigkeit, so ergiebt sich für die magnetische Kraft in (xyz) der Ausdruck:

$$f_1 = -AE\pi ln\frac{\sin\omega_1}{r_1^2} = -\frac{Elm}{2}\frac{\sin\omega_1}{r_1^2}.$$

Da dieselbe auf der Ebene, welche r_1 mit der Geschwindigkeit der Ladung — E bildet, senkrecht steht, so sind ihre Richtungscosinus gegeben durch:

$$\frac{y\cos\vartheta_0 + z\sin\vartheta_0 - {}^1/_2 l}{r_1\sin\omega_1},\quad \frac{-x\cos\vartheta_0}{r_1\sin\omega_1},\quad \frac{-x\sin\vartheta_0}{r_1\sin\omega_1}.$$

Die Komponenten von f_1 sind demnach:

$$-\frac{Elm}{2r_1^3}\left(y\cos\vartheta_0 + z\sin\vartheta_0 - {}^1/_2 l\right),$$

$$\frac{Elm}{2r_1^3}x\cos\vartheta_0,$$

$$\frac{Elm}{2r_1^3}x\sin\vartheta_0.$$

Ebenso betragen die Komponenten der magnetischen Kraft f_2, welche von der beweglichen Ladung + E im Punkte (xyz) erzeugt wird:

$$-\frac{Elm}{2r_2^3}\left(y\cos\vartheta_0 + z\sin\vartheta_0 + {}^1/_2 l\right),$$

$$\frac{Elm}{2r_2^3}\, x\cos\vartheta_0,$$

$$\frac{Elm}{2r_2^3}\, x\sin\vartheta_0.$$

Summiert man diese Komponenten und nimmt man dabei l als klein gegen r an, so erhält man für die Totalkomponenten der von dem rotierenden elektrischen Punktepaare ausgehenden magnetischen Kraft die Werte:

$$[10]\begin{cases} L = -\dfrac{Elm}{r^3}(z\sin\vartheta_0 + y\cos\vartheta_0), \\ M = +\dfrac{Elm}{r^3}\, x\cos\vartheta_0, \\ N = +\dfrac{Elm}{r^3}\, x\sin\vartheta_0. \end{cases}$$

Wendet man nun die Formeln [7] und [8] auf den Fall an, in welchem r gegen λ klein ist, das heisst also nimmt man eine Neuberechnung dieser Formeln auf Grund der Funktionen

$$\Pi = \frac{El}{r}\sin(2\pi nt) \quad \text{und} \quad \Pi' = \frac{El}{r}\cos(2\pi nt)$$

vor, so gelangt man eben zu den Gleichungen [9] und [10] [1]). Wir dürfen also folgenden Satz aussprechen: „Die Formeln [7] und [8] können als die Darstellung der von einem elektrischen Doppelpunkte bewirkten Kräfteverteilung im Dielektrikum gelten, wenn dieser Doppelpunkt die Ladungen $-E$ und $+E$ in der Entfernung l von einander enthält, mit seinem Zentrum sich in O befindet und in der yz-Ebene eine gleichförmige Rotation mit n Umdrehungen pro Sekunde vollführt."

---

[1]) Die Formeln [10] drücken auch die Komponenten der von einem Stromelement erzeugten magnetischen Kraft aus, wenn dasselbe die Länge l besitzt, mit seinem Zentrum sich in O befindet und, während es von einem konstanten Strome mit der Intensität Em durchflossen ist, in der yz-Ebene gleichförmig mit n Umdrehungen pro Sekunde rotiert.

Da zwischen den beiden elektrischen Massen ein Drehfeld von konstanter Intensität besteht, so kann man sagen, dass die Formeln [7] und [8] die von einem kleinen elektrischen Drehfelde ausgehende Wirkung darstellen.

Die in der Symmetrie der Fundamentalgleichungen begründete Reziprozität führt ferner zu dem Satze, dass „die gleichen Formeln, nachdem in denselben X, Y, Z, L, M und N der Reihe nach gegen L, M, N, $-X$, $-Y$ und $-Z$ vertauscht sind, die Kräfteverteilung durch ein magnetisches Element, welches in einer zu seiner Axe senkrechten Ebene rotiert, oder durch ein kleines magnetisches Drehfeld repräsentieren."

Die Frage, welche elektromagnetischen Erscheinungen als Ursache der in den Formeln [7] und [8] dargestellten Kräfteverteilung gelten können, ist damit erledigt; wir wollen nunmehr die Eigenschaften dieser Verteilung untersuchen.

5. Beginnen wir damit, die Komponenten der in den Gleichungen [7] und [8] gegebenen elektrischen und magnetischen Kraft nach einem neuen rechtwinkligen Axensystem zu berechnen. Eine dieser Axen sei die Verbindungslinie r des Punktes (xyz) mit dem Koordinatenanfang O; die Komponenten der elektrischen und der magnetischen Kraft in Richtung dieser Axe seien bezw. mit R und G bezeichnet.

Die zweite Axe sei die Senkrechte zu r in der durch r und Ox gehenden Ebene, welche wir Meridianebene nennen können; S und H seien die Komponenten der elektrischen der und magnetischen Kraft längs dieser Axe.

Endlich seien T und K die Komponenten der beiden Kräfte längs der Richtung, welche zu den zwei ersten Axen und demgemäss auch zu der durch den Punkt (xyz) gehenden Meridianebene senkrecht ist.

Die Richtungscosinus der Geraden r betragen bezw.: $\frac{x}{r}$, $\frac{y}{r}$ und $\frac{z}{r}$, diejenigen der Normalen zur Meridianebene 0, $\frac{z}{\sqrt{y^2+z^2}}$ und $\frac{-y}{\sqrt{y^2+z^2}}$ und diejenigen der Senkrechten zu r in der Meridianebene endlich:

$$-\frac{y^2+z^2}{r\sqrt{y^2+z^2}},\quad \frac{xy}{r\sqrt{y^2+z^2}} \text{ und } \frac{xz}{r\sqrt{y^2+z^2}}.$$

Die neuen Komponenten als Funktion der alten sind daher durch folgende Formeln ausgedrückt:

$$R=\frac{Xx+Yy+Zz}{r},$$

$$S=\frac{-X(y^2+z^2)+Yxy+Zxz}{r\sqrt{y^2+z^2}},$$

$$T=\frac{Yz-Zy}{\sqrt{y^2+z^2}},$$

$$G=\frac{Lx+My+Nz}{r},$$

$$H=\frac{-L(y^2+z^2)+Mxy+Nxz}{r\sqrt{y^2+z^2}},$$

$$K=\frac{Mz-Ny}{\sqrt{y^2+z^2}}.$$

Ersetzt man nunmehr X, Y, Z, L, M und N durch ihre Werte [7] und [8], so ergeben sich die folgenden Gleichungen:

$$R=\frac{2Elm}{r^3}\left\{\sin\vartheta\left(y-\frac{z}{mr}\right)-\cos\vartheta\left(z+\frac{y}{mr}\right)\right\},$$

$$S=\frac{Elm^2}{r\sqrt{y^2+z^2}}\left\{\sin\vartheta\left(-z-\frac{y}{mr}+\frac{z}{m^2r^2}\right)+\cos\vartheta\left(-y+\frac{z}{mr}+\frac{y}{m^2r^2}\right)\right\}\frac{x}{r},$$

$$T=\frac{Elm^2}{r\sqrt{y^2+z^2}}\left\{\sin\vartheta\left(y-\frac{z}{mr}-\frac{y}{m^2r^2}\right)+\cos\vartheta\left(-z-\frac{y}{mr}+\frac{z}{m^2r^2}\right)\right\},$$

$$G=0,$$

$$H=\frac{Elm^2}{r\sqrt{y^2+z^2}}\left\{\sin\vartheta\left(-y+\frac{z}{mr}\right)+\cos\vartheta\left(z+\frac{y}{mr}\right)\right\},$$

$$K=\frac{Elm^2}{r\sqrt{y^2+z^2}}\left\{-\sin\vartheta\left(z+\frac{y}{mr}\right)+\cos\vartheta\left(-y+\frac{z}{mr}\right)\right\}\frac{x}{r}.$$

Setzt man

$$\operatorname{tg}\alpha = \frac{z + \frac{y}{mr}}{y - \frac{z}{mr}}, \qquad \operatorname{tg}\beta = \frac{z + \frac{y}{mr} - \frac{z}{m^2r^2}}{y - \frac{z}{mr} - \frac{y}{m^2r^2}},$$

so nehmen die obigen Formeln folgende etwas einfachere Gestalt an:

$$[11]\begin{cases} R = \frac{2Elm^2}{r} \cdot \frac{\sqrt{y^2+z^2}}{r} \sqrt{\frac{1}{m^2r^2} + \frac{1}{m^4r^4}} \sin(\vartheta - \alpha), \\ S = \frac{Elm^2}{r} \sqrt{1 - \frac{1}{m^2r^2} + \frac{1}{m^4r^4}} \cdot \frac{x}{r} \cos(\vartheta - \beta), \\ T = -\frac{Elm^2}{r} \sqrt{1 - \frac{1}{m^2r^2} + \frac{1}{m^4r^4}} \sin(\vartheta - \beta), \end{cases}$$

$$[12]\begin{cases} G = 0, \\ H = \frac{Elm^2}{r} \sqrt{1 + \frac{1}{m^2r^2}} \sin(\vartheta - \alpha), \\ K = \frac{Elm^2}{r} \sqrt{1 + \frac{1}{m^2r^2}} \cdot \frac{x}{r} \cos(\vartheta - \alpha). \end{cases}$$

Endlich kann man für Punkte, die sehr weit vom Koordinatenanfang entfernt sind und für welche also r sehr gross ist, in den Gleichungen [7] und [8] die Glieder in den Klammern, welche r im Nenner enthalten, vernachlässigen. Anstatt der Gleichungen [7], [8], [11] und [12] ergeben sich für diesen Fall die folgenden:

$$[7']\begin{cases} X = \frac{Elm^2}{r^3} [xz \sin\vartheta + xy \cos\vartheta], \\ Y = \frac{Elm^2}{r^3} [yz \sin\vartheta - (x^2 + z^2) \cos\vartheta], \\ Z = \frac{Elm^2}{r^3} [-(x^2 + y^2) \sin\vartheta + yz \cos\vartheta], \end{cases}$$

$$[8'] \begin{cases} L = \dfrac{Elm^2}{r^2}(y \sin \vartheta - z \cos \vartheta), \\ M = \dfrac{Elm^2}{r^2}(-x \sin \vartheta), \\ N = \dfrac{Elm^2}{r^2} x \cos \vartheta, \end{cases}$$

$$[11'] \begin{cases} R = 0, \\ S = \dfrac{Elm^2}{r} \cdot \dfrac{x}{r} \cos(\vartheta - \alpha), \\ T = -\dfrac{Elm^2}{r} \sin(\vartheta - \alpha), \end{cases}$$

$$[12'] \begin{cases} G = 0, \\ H = \dfrac{Elm^2}{r} \sin(\vartheta - \alpha), \\ K = \dfrac{Elm^2}{r} \cdot \dfrac{x}{r} \cos(\vartheta - \alpha). \end{cases}$$

In diesen Gleichungen ist $tg\alpha = z/y$.

Beginnen wir mit der Betrachtung dieser letzten Formeln. Geht man vom Punkte (xyz) zu einem anderen (x'y'z') über, welcher in einer Entfernung r' von O auf der Verbindungslinie des Punktes (xyz) mit dem Koordinatenanfang gelegen ist, und ändert man gleichzeitig t in t', so behält ϑ den gleichen Wert wie vorher, wenn $t - Ar = t' - Ar'$ ist. Wir wollen nun gerade annehmen, dass t' dieser Bedingung genügt. Da weder α noch x/r ihren Wert verändern, so werden die sechs Komponenten für den Punkt (x'y'z') und zur Zeit t' sein:

$$R' = 0, \quad S' = S\frac{r}{r'}, \quad T' = T\frac{r}{r'},$$

$$G' = 0, \quad H' = H\frac{r}{r'}, \quad K' = K\frac{r}{r'}.$$

Die elektrische und die magnetische Kraft im Punkte (x'y'z') zur Zeit t' sind also die gleichen wie im Punkte (xyz) und zur Zeit t'; nur ist ihre Amplitude im Verhältnis der vergrösserten Entfernung verringert. Das Zeitintervall $t' - t$, welches verstreichen muss, damit sich in (x'y'z') bis auf die Amplitude

dieselben Werte wiederholen, welche die beiden Kräfte im Punkte (xyz) haben, ist $= A(r'-r)$, das heisst gleich der Zeit, welche notwendig ist, damit die Strecke r · r mit der Geschwindigkeit 1/A zurückgelegt wird.

Die beiden Kräfte breiten sich sonach in sphärischen Wellen aus, deren Zentrum im Koordinatenanfang liegt. Ihre Amplitude steht in umgekehrtem Verhältnis zur Entfernung vom Ursprung und die elektromagnetische Energie steht mithin in umgekehrtem Verhältnis zum Quadrate jener Entfernung. Da ferner G=0 und R=0 ist, so kann man die Wellen transversale nennen, da die beiden Kräfte keine zur Welle normale Komponente besitzen.

Die Komponenten S und T der elektrischen Kraft [11'] lassen sich als die Koordinanten eines Punktes betrachten, welcher sich auf einer in der Tangentialebene der Welle gelegenen Ellipse bewegt; die Gleichung dieser letzteren würde sich durch Elimination der Zeit aus den beiden letzten Gleichungen [11'] ergeben. Die elektrische Kraft ist dann durch den beweglichen Radiusvector dieser Ellipse repräsentiert. Dasselbe gilt von der magnetischen Kraft, deren Komponenten H und K sind. Die beiden Ellipsen haben die gleichen Axen, deren Längen im Verhältnis x/r zu einander stehen; das heisst also dieses Verhältnis ist gleich dem Cosinus des Winkels von r mit der x—Axe. Aber die Ellipse der elektrischen Kraft hat in der Meridianebene ihre kleine, die Ellipse der magnetischen Kraft dagegen ihre grosse Axe. Bedient man sich der Sprache der Optik, so kann man demnach sagen, die Wellen seien elliptisch polarisiert oder in jeder Richtung r pflanze sich ein Strahl mit elliptischen Schwingungen fort.[1]) Die Phase der Schwingung varriiert im Verhältnis des Winkels, welchen die durch den betrachteten Punkt (xyz) gehende Meridianebene mit einer festen Meridianebene xOy einschliesst.

In einem Punkte auf der x—Axe, für welchen x=r ist, sind die Schwingungen kreisförmig. Die elektrische und die

[1]) S. darüber S. 152, sowie Beilage *F*.

magnetische Kraft rotieren in der Periode 1/n gleichförmig und mit gleichbleibender Intensität um die x—Axe. Längs dieser Axe pflanzt sich somit das elektrische Drehfeld mit einer im Verhältnis des Abstandes vom Ursprung abnehmenden Intensität fort.

In den Punkten der Aequatorialebene yOz endlich verschwinden die Komponenten X, M und N der Gleichungen [7'] und [8'], sowie die Komponenten S und K der Gleichungen [11'] und [12']; die Schwingungen sind also geradlinig. Das heisst also, dass sich in dieser Ebene geradlinig polarisierte Strahlen fortpflanzen, deren Polarisationsebene senkrecht zur Aequatorialebene steht.

Untersuchen wir nunmehr die Formeln [11] und [12], welche für jeden Wert von r gelten, so zeigt es sich, dass die magnetische Kraft sich in Transversalschwingungen fortpflanzt, dass dagegen die elektrische Kraft eine Komponente R in der Fortpflanzungsrichtung besitzt Betrachten wir nur die Komponenten innerhalb der Meridianebene und längs der Senkrechten zu dieser Ebene, so bilden diese noch das, was in der Optik eine elliptische Schwingung heisst. Von den für sehr grosse Werte von r gefundenen analogen Komponenten unterscheiden sich diese nur dadurch, dass ihre Phasen mit r variieren, und dass ihre Amplituden nicht mehr einfach im umgekehrten Verhältnis zu r stehen.

Für die Punkte der x—Axe, für welche x=r und y=z=0 ist, hat man R=0 und die Fortpflanzung ist transversal. Längs dieser Axe pflanzt sich ein Drehfeld oder ein zirkularpolarisierter Strahl fort.

Für x=0 endlich, das heisst in einer in der Aequatorialebene zOy gelegenen Richtung, verschwinden die Komponenten X, M und N der Gleichungen [7] und [8], ebenso wie die Komponenten S und K der Gleichungen [11] und [12] und man hat, wenn man von der longitudinalen Komponente R absieht, die Fortpflanzung einer elektromagnetischen Schwingung nach Art derjenigen, welche die mechanische Schwingung eines elektrischen Doppelpunktes oder ein Hertz'scher Oszillator zu liefern vermag.

Man sieht so — immer freilich unter Vernachlässigung der longitudinalen Komponente — wie ein elektrischer Doppelpunkt, der mit konstanter Geschwindigkeit um eine durch seine Mitte normal zu ihm gerichtete Axe rotiert, oder ein mit ähnlicher gleichförmiger Rotation begabtes magnetisches Element elektromagnetische Wellen erzeugen kann, welche in den zur Drehungsaxe senkrechten Richtungen sich wie die Wellen eines Hertz'schen Oszillators verhalten. Man könnte also diesen letzteren durch ein derartiges rotierendes System ersetzen. Auf diese Weise lassen sich zwar, wie schon in Kapitel I § 3 bemerkt worden, nur elektromagnetische Schwingungen von sehr grosser Wellenlänge gewinnen; mit Hilfe akustischer anstatt elektrischer Resonanz könnten dieselben jedoch vielleicht wahrnehmbar gemacht werden. Möglicherweise wird man auf diesem Wege dahin gelangen, die Existenz einer durch einen gleichförmig rotierenden elektrischen Doppelpunkt erzeugten magnetischen Kraft und einer auf analoge Weise durch einen kleinen Magneten erzeugten elektrischen Kraft nachzuweisen.

Auf alle Fälle jedoch werden solche Nachweise grossen experimentellen Schwierigkeiten begegnen, die nicht geringer sind als diejenigen, welche Rowland bei seinem bekannten Versuche zum Nachweise der magnetischen Wirkung der elektrischen Konvektion zu überwinden hatte.

Beilage *B*.

Elektrische Kraft einer dielektrischen Kugel in einem homogenen Felde.

Eine dielektrische Kugel mit dem Radius R und der Dielektrizitätskonstante k, welche in ein homogenes Feld mit der Intensität φ gelagert ist, wirkt bekanntlich nach aussen wie zwei elektrische Ladungen $+ q$ und $- q$, die sich auf dem zur Feldrichtung parallelen Durchmesser der Kugel in gleichem Abstand vom Mittelpunkt befinden, wenn die positive Ladung auf der Seite liegt, nach welcher die Kraft gerichtet ist und wofern zwischen den genannten Grössen und dem sehr kleinen Abstand δ der beiden Ladungen die Beziehung:

$$q\delta = \varphi R^3 \frac{k - 1}{k + 2}$$

besteht.

Berechnen wir die Komponenten der von der Kugel ausgehenden elektrischen Kraft in einem Punkt O (Fig. 36), den wir als Ursprung eines rechtwinkligen Koordinatensystems mit der z-Axe parallel zur Richtung der Kraft φ nehmen.

Sei C der Mittelpunkt der Kugel, r seine Entfernung von O; α, β und γ seien die Winkel von r mit den Axen, A und B die Punkte, in welchen wir uns die beiden Ladungen $+ q$ und $- q$ konzentriert denken. Es sei also $AB = \delta$ und diese Grösse sei klein gegen r. Endlich seien mit r_1 und r_2 die Strecken OA und OB, mit X, Y und Z die Komponenten der von der Kugel ausgehenden Kraft in O und mit $(r_1 x)$, $(r_2 x)$ u. s. w. die Winkel zwischen r_1, resp. r_2 und einer der Axen bezeichnet.

Dann ist:

$$X = \frac{q}{r_2^2}\cos(r_2x) - \frac{q}{r_1^2}\cos(r_1x),$$

$$Y = \frac{q}{r_2^2}\cos(r_2y) - \frac{q}{r_1^2}\cos(r_1y),$$

$$Z = \frac{q}{r_2^2}\cos(r_2z) - \frac{q}{r_1^2}\cos(r_1z);$$

und da aus der Figur leicht folgende Beziehungen zu entnehmen sind:

$$OM = r\cos\alpha = r_1\cos(r_1x) = r_2\cos(r_2x),$$
$$ON = r\cos\beta = r_1\cos(r_1y) = r_2\cos(r_2y),$$
$$OP = r\cos\gamma = r_1\cos(r_1z) - \frac{\delta}{2} = r_2\cos(r_2z) + \frac{\delta}{2},$$

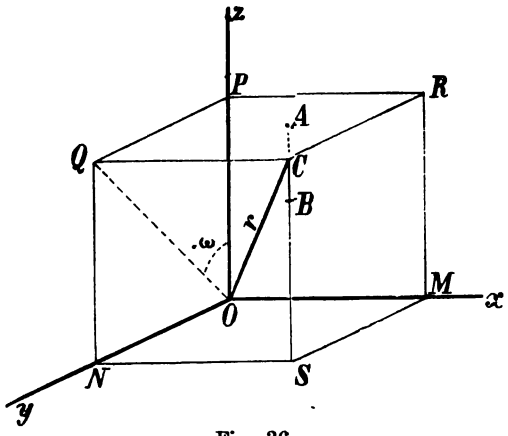


Fig. 36.

so ergiebt sich durch Einsetzung in die obigen Gleichungen:

$$X = q\,r\cos\alpha\left(\frac{1}{r_2^3} - \frac{1}{r_1^3}\right),\quad Y = q\,r\cos\beta\left(\frac{1}{r_2^3} - \frac{1}{r_1^3}\right),$$

$$Z = q\,r\cos\gamma\left(\frac{1}{r_2^3} - \frac{1}{r_1^3}\right) - \frac{q\delta}{2}\left(\frac{1}{r_2^3} + \frac{1}{r_1^3}\right).$$

Setzt man nun aber $a = \delta/2r$, so folgt:
$r_1^3 = r^3\,(1 + a^2 + 2a\cos\gamma)^{3/2}$, $r_2^3 = r^3\,(1 + a^2 - 2a\cos\gamma)^{3/2}$;
und durch Einsetzung dieser Beziehungen in die Ausdrücke

für X, Y und Z folgt schliesslich, unter Berücksichtigung der Bedingung, dass a sehr klein ist:

$$X = \frac{3q\delta}{r^3} \cos\alpha \cos\gamma, \quad Y = \frac{3q\delta}{r^3} \cos\beta \cos\gamma,$$

$$Z = \frac{3q\delta}{r^3} \cos^2\gamma - \frac{q\delta}{r^3}.$$

Um die Komponenten der von der dielektrischen Kugel erzeugten elektrischen Kraft in O zu bekommen, brauchen wir jetzt nur $q\,\delta$ durch seinen Wert $\varphi\, R^3 \frac{k-1}{k+2}$ zu substituieren. Setzen wir noch der Kürze halber

$$H = 3q\,\delta = 3\varphi\, R^3 \frac{k-1}{k+2},$$

so können wir schreiben:

$$X = \frac{H}{r^3} \cos\alpha \cos\gamma, \quad Y = \frac{H}{r^3} \cos\beta \cos\gamma, \quad Z = \frac{H}{r^3} \cos^2\gamma - \frac{H}{3r^3}.$$

Nur die beiden ersten von diesen Formeln wurden in § 18 benützt.

Beilage *C.*

Elektrische Kraft eines dielektrischen Zylinders in einem homogenen Felde.

Ein Zylinder mit der Dielektrizitätskonstante k und dem Radius R bringt in einem elektrischen Felde von der Intensität φ, dessen Richtung mit seiner Axe einen Winkel α bildet, dieselbe Wirkung hervor wie zwei Gerade, welche in gleichem Abstand von der Axe und parallel zu dieser in einer zur Feldrichtung parallelen Ebene liegen und von welchen die eine, nach der Seite, nach welcher die Kraft gerichtet ist, gelegene, pro Längeneinheit die Ladung $+ q$, die andere die Ladung $- q$ trägt. Die sehr kleine Entfernung δ zwischen den beiden Geraden genügt der Bedingung

$$q\delta = \frac{1}{2}\varphi R^2 \sin\alpha \frac{k-1}{k+1}.$$

Zum Beweise dieses Satzes lässt sich ein Weg einschlagen, welcher dem in den Lehrbüchern benutzten für die dielektrische Kugel (vgl. Beilage *B*) analog ist.

Beginnen wir mit der Berechnung der Komponenten der von dem Zylinder hervorgerufenen elektrischen Kraft nach drei Axen O_0x_0, O_0y_0 und O_0z_0 (Fig. 37), welchen wir eine spezielle Lage geben wollen. Eine Transformation der Koordinaten wird uns dann die in der Diskussion des § 19 benutzten allgemeinen Ausdrücke liefern.

Die Axe des Zylinders sei die z_0-Axe, und die x_0z_0-Ebene sei parallel zur Richtung der Kraft φ. Die x_0y_0-Ebene gehe durch den Punkt M, für welchen die von dem Zylinder

erzeugte elektrische Kraft berechnet werden soll. Die beiden Geraden AL und BN, welche um $\delta/2$ von der $O_0 z_0$-Axe entfernt sind und pro Längeneinheit die Ladung + q resp. — q tragen, liegen in der $x_0 z_0$-Ebene. Die Koordinaten des Punktes M seien x_0 und y_0, sein Abstand von O_0 sei r und seine Entfernungen von A und B seien bezw. r_1 und r_2.

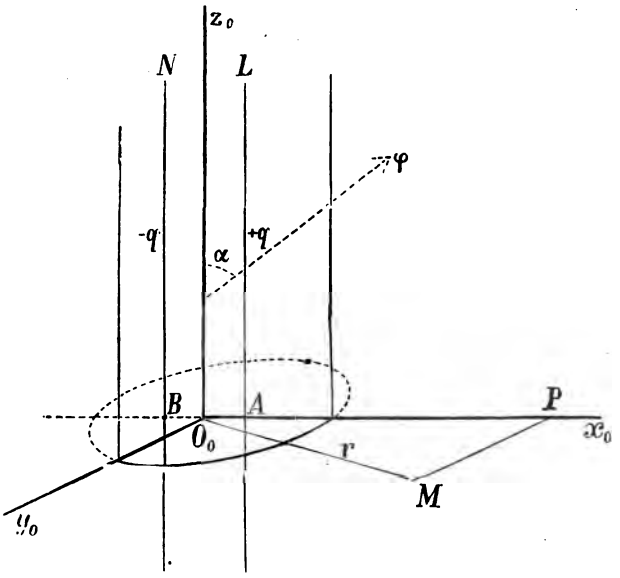


Fig. 37.

Erinnern wir daran, dass die Kraft, mit welcher eine gleichförmig elektrisierte unbegrenzte Gerade, deren Ladung pro Längeneinheit q beträgt, auf einen im Abstande r von ihr befindlichen Punkt wirkt, längs r gerichtet und $= 2q/r$ ist. Danach ergeben sich die Komponenten X_0, Y_0 und Z_0 der von den Geraden AL und BN im Punkte M ausgeübten Kraft:

$$X_0 = \frac{2q}{r_1}\frac{x_0 - \frac{\delta}{2}}{r_1} - \frac{2q}{r_2}\frac{x_0 + \frac{\delta}{2}}{r_2}, \quad Y_0 = \frac{2q}{r_1}\frac{y_0}{r_1} - \frac{2q}{r_2}\frac{y_0}{r_2}, \quad Z_0 = 0.$$

Setzt man nun $\alpha = \delta/2r$, so ist

$$r_1^2 = r^2\left(1 + a^2 - 2a\frac{x_0}{r}\right),\ r_2^2 = r^2\left(1 + a^2 + 2a\frac{x_0}{r}\right);$$

und durch Einführung dieser Werte in die Ausdrücke für die drei Komponenten finden wir, unter Berücksichtigung des Umstandes, dass a sehr klein sein soll:

$$X_0 = 2q\delta\frac{x_0^2 - y_0^2}{(x_0^2 + y_0^2)^2},\ Y_0 = 2q\delta\frac{2x_0y_0}{(x_0^2 + y_0^2)^2},\ Z_0 = 0.$$

Gehen wir jetzt zu einem anderen Koordinatensystem Ox, Oy, Oz (Fig. 38) über, dessen Ursprung in dem Punkte

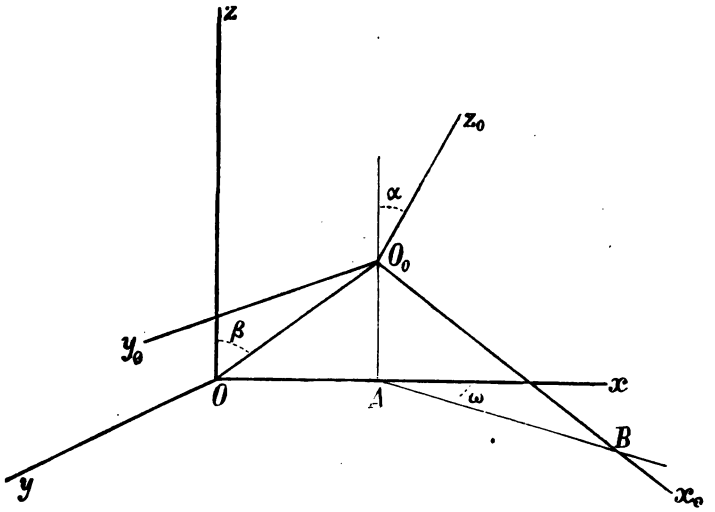


Fig. 38.

liegen soll, für welchen die Kraft des Zylinders berechnet wird, und dessen z-Axe mit der Richtung der Kraft φ zusammenfallen soll. Sei O_0 der Schnittpunkt der Axe O_0z_0 des Zylinders mit der xz-Ebene, AB die Spur der x_0z_0-Ebene (welche zu φ und demnach auch zu Oz parallel ist) auf der xy-Ebene, ω der Winkel der x_0z_0-Ebene mit der xz-Ebene. Mit r sei die Entfernung OO_0 und mit β der Winkel zwischen r und Oz bezeichnet. Die frühere Axe O_0y_0, welche senkrecht zur Ebene O_0AB steht, ist hier parallel zur xy-Ebene.

Für die Komponenten XYZ der Kraft in O nach den neuen Axen gelten die Formeln:

$$X = -X_0 \cos(x_0 x) - Y_0 \cos(y_0 x),$$
$$Y = -X_0 \cos(x_0 y) - Y_0 \cos(y_0 y),$$
$$Z = -X_0 \cos(x_0 z) - Y_0 \cos(y_0 z),$$

deren negatives Vorzeichen davon herrührt, dass die Komponente $\varphi \sin \alpha$ jetzt nach der negativen Seite von $O_0 x_0$ gerichtet ist.

Aus der Figur folgt aber:

$$\cos(x_0 x) = \cos\alpha \cos\omega, \quad \cos(x_0 y) = \cos\alpha \sin\omega,$$
$$\cos(x_0 z) = -\sin\alpha,$$
$$\cos(y_0 x) = -\sin\omega, \quad \cos(y_0 y) = \cos\omega,$$
$$\cos(y_0 z) = 0.$$

Substituiert man diese Werte in die obigen Formeln und setzt man zur Vereinfachung

$$H \sin\alpha = R^2 \varphi \sin\alpha \frac{k-1}{k+1} = 2q\delta,$$

so erhält man:

$$X = \frac{H \sin\alpha}{(x_0^2 + y_0^2)^2} [2x_0 y_0 \sin\omega + (y_0^2 - x_0^2) \cos\alpha \cos\omega],$$
$$Y = \frac{H \sin\alpha}{(x_0^2 + y_0^2)^2} [-2x_0 y_0 \cos\omega + (y_0^2 - x_0^2) \cos\alpha \sin\omega],$$
$$Z = \frac{H \sin\alpha}{(x_0^2 + y_0^2)^2} (x_0^2 - y_0^2) \sin\alpha.$$

Es sind nun noch die beiden Koordinaten x_0 und y_0 des Punktes O in dem Koordinatensystem, dessen Ursprung O_0 ist, durch r, β und ω auszudrücken. Zu diesem Zwecke entnehmen wir aus der Figur:

$$x_0 = -OA \cos(x_0 x) - AO_0 \cos(x_0 z)$$
$$= -r \cos\alpha \sin\beta \cos\omega + r \sin\alpha \cos\beta,$$

und ebenso

$$y_0 = r \sin\beta \sin\omega.$$

Um die endgültigen Formeln zu erhalten, brauchte man nur diese Werte von x_0 und y_0 in die Ausdrücke für X, Y und Z einzuführen; für die Diskussion des § 19, für welche die Formeln in erster Linie bestimmt sind, ist es indessen bequemer, diese Substitution nicht vorzunehmen.

Beilage *D.*

Über die Reflexion und Brechung der elektromagnetischen Wellen.

Die Formeln für die Reflexion und Brechung der elektromagnetischen Wellen an der Trennungsfläche zweier Dielektrika lassen sich auf die einfachste Weise aus den Hertz'schen Gleichungen ableiten.

Man nehme ein rechtwinkliges Axensystem, dessen z-Axe zur Trennungsfläche, und dessen y-Axe zur Einfallsebene senkrecht stehen soll; i sei der Einfallswinkel, das heisst, der Winkel, welchen die Normale der einfallenden Wellen mit der z-Axe bildet.

Die elektrische Kraft E habe konstante Richtung, oder mit anderen Worten, die einfallende ebene Welle sei polarisiert. Die Kraft E ist Funktion der Zeit t und des Abstandes p der Welle von einem festen Punkte, oder besser Funktion von $(t - p/V)$, worin V die Fortpflanzungsgeschwindigkeit bedeutet. In der That darf sich der Wert von E nicht ändern, wenn t um eine beliebige Grösse τ und gleichzeitig p um den Betrag $V\tau$ wächst. Sind xyz die Koordinaten eines Punktes der einfallenden Welle, während diese eine gegebene Lage einnimmt, so hat man offenbar

$$p = z \cos i - x \sin i + a,$$

worin a eine Konstante bedeutet, deren Grösse durch die Wahl des Punktes bedingt ist, von welchem aus p gemessen wird.

Es sind zwei Hauptfälle zu unterscheiden, je nachdem die elektrische Kraft senkrecht oder parallel zur Einfallsebene gerichtet ist; wir wollen jeden dieser Fälle gesondert untersuchen.

1. *Elektrische Kraft senkrecht zur Einfallsebene.* Die Komponenten XYZ der Kraft E betragen:

$$X = 0,\ Y = E,\ Z = 0.$$

Führen wir diese Werte in die Hertz'schen Gleichungen[1]):

$$A\varepsilon \frac{dX}{dt} = \frac{dM}{dz} - \frac{dN}{dy} \text{ etc., und}$$

$$A\mu \frac{dL}{dt} = \frac{dZ}{dy} - \frac{dY}{dz} \text{ etc.}$$

ein, so erhalten wir, vorausgesetzt, dass kein von der Zeit unabhängiges magnetisches Feld existiert und unter Berücksichtigung der Beziehung $AV\sqrt{\varepsilon}\sqrt{\mu} = 1$[2]), für die Komponenten LMN der magnetischen Kraft F die folgenden Gleichungen:

$$A\mu VL = E \cos i,\ M = 0,\ A\mu VN = E \sin i.$$

Die magnetische Kraft $F = E/A\mu V$ liegt sonach in der Einfallsebene. Auf Grund der Beziehung $AV\sqrt{\varepsilon}\sqrt{\mu} = 1$ lässt sich auch schreiben:

$$\sqrt{\mu}F = \sqrt{\varepsilon}E.$$

Aus Gründen der Symmetrie müssen die elektrische Kraft E' in der reflektierten und die elektrische Kraft E_1 in der gebrochenen Welle ebenfalls senkrecht zur Einfallsebene gerichtet sein. Es ergeben sich sonach für die reflektierte und die gebrochene Welle ähnliche Formeln wie diejenigen, welche eben für die einfallende Welle aufgestellt wurden. Wir werden die auf die reflektierte Welle bezüglichen Grössen durch das Zeichen ' unterscheiden — mit Ausnahme natürlich von A, ε, μ und V, welche unverändert bleiben — und die auf die gebrochene Welle bezüglichen Grössen durch den Index $_1$ — mit Ausnahme von A, welches denselben Wert behält; den Brechungswinkel werden wir jedoch, anstatt mit i_1, mit r bezeichnen. Die Formeln lauten dann:

$$X' = 0,\ Y' = E',\ Z' = 0;$$

$$A\mu VL' = E' \cos i',\ M' = 0,\ A\mu VN' = E' \sin i';\ F' = E'/A\mu V.$$

$$X_1 = 0,\ Y_1 = E_1,\ Z_1 = 0;$$

$$A\mu_1 V_1 L_1 = E_1 \cos r,\ M_1 = 0,\ A\mu_1 V_1 N_1 = E_1 \sin r;\ F_1 = E_1/A\mu_1 V_1.$$

---

[1]) Untersuchungen über die Ausbreitung der elektrischen Kraft, p. 215.

[2]) loc. cit. p. 251.

Wenden wir jetzt die für die Trennungsfläche gültigen Bedingungen[1]) an, so ergiebt sich:

$$E + E' = E_1,\ E\cos i + E'\cos i' = E_1\cos r\,\frac{\mu V}{\mu_1 V_1},$$

$$E\sin i + E'\sin i' = E_1\sin r\,\frac{V}{V_1}.$$

Diese Gleichungen müssen in jedem Augenblick für jeden Punkt der Trennungsfläche erfüllt sein. Dies ist aber, da die elektrischen Kräfte E, E' und E_1 bezw. Funktionen von

$$\left(t - \frac{z\cos i - x\sin i + a}{V}\right),\ \left(t - \frac{z\cos i' - x\sin i' + a'}{V}\right)$$

$$\text{und}\ \left(t - \frac{z\cos r - x\sin r + a_1}{V_1}\right)$$

sind, nur dann möglich, wenn die Koeffizienten von x in diesen drei Ausdrücken einander gleich sind, das heisst, wenn

$$\frac{\sin i}{V} = \frac{\sin i'}{V} = \frac{\sin r}{V_1}.$$

Diese Gleichungen enthalten das Reflexionsgesetz $i' = \pi - i$ und das Brechungsgesetz $\sin i/\sin r = V/V_1 = \text{const.}$ Setzen wir nun $E' = \alpha E$ und $E_1 = \beta E$, bezeichnen wir also mit α resp. β den Faktor der Reflexion und der Brechung für die elektrische Kraft, so gehen die drei obigen Gleichungen über in:

$$1 + \alpha = \beta,\ (1 - \alpha)\cos i = \beta\cos r\,\frac{\mu V}{\mu_1 V_1},$$

$$(1 + \alpha)\sin i = \beta\sin r\,\frac{V}{V_1}.$$

Von diesen drei Gleichungen sind die erste und dritte, infolge der Beziehung $\frac{\sin i}{V} = \frac{\sin r}{V_1}$ mit einander identisch. Es ergiebt sich aus ihnen:

$$\alpha = \frac{\mu_1\sin r\cos i - \mu\sin i\cos r}{\mu_1\sin r\cos i + \mu\sin i\cos r},$$

$$\beta = \frac{2\mu_1\sin r\cos i}{\mu_1\sin r\cos i + \mu\sin i\cos r}.$$

[1]) loc. cit. p. 252.

Bezeichnen wir dann noch mit α_m und β_m den Faktor der Reflexion und Brechung für die magnetische Kraft, oder mit andern Worten, setzen wir $F' = \alpha_m F$ und $F_1 = \beta_m F$, so ergiebt sich ohne weiteres:

$$\alpha_m = \alpha, \ \beta_m = \beta \frac{\mu}{\mu_1} \frac{\sin i}{\sin r}.$$

2. *Elektrische Kraft in der Einfallsebene.* Hier hat die elektrische Kraft E die Komponenten:

$$X = E \cos i, \ Y = 0, \ Z = E \sin i.$$

Aus den Hertz'schen Gleichungen ergeben sich die Komponenten der magnetischen Kraft:

$$L = 0, \ A\mu VM = -E, \ N = 0.$$

Man sieht zunächst, dass $F = -E/A\mu V$ oder $\sqrt{\mu}\, F = -\sqrt{\varepsilon}\, E$ ist.

Für die reflektierte Welle lassen sich analoge Formeln anschreiben, in welchen man sämtliche Grössen mit Ausnahme von A, μ, ε und V durch das Zeichen ' unterscheidet; ebenso für die gebrochene Welle, deren Grössen, mit einziger Ausnahme von A, durch den Index $_1$ unterschieden werden sollen; anstatt i_1 soll wiederum r geschrieben werden. Die Rechnung, die ebenso einfach ist, wie im vorigen Falle, in welchem die elektrische Kraft senkrecht zur Einfallsebene gerichtet war, führt zu folgenden Formeln:

$$\alpha = \alpha_m = \frac{\mu \sin i \cos i - \mu_1 \sin r \cos r}{\mu \sin i \cos i + \mu_1 \sin r \cos r},$$

$$\beta = \frac{2\mu_1 \sin r \cos i}{\mu \sin i \cos i + \mu_1 \sin r \cos r}, \ \beta_m = \beta \frac{\mu \sin i}{\mu_1 \sin r}.$$

Um den Vergleich der hier gefundenen Formeln mit den klassischen Formeln von Fresnel zu erleichtern, sollen sie im folgenden alle zusammengestellt werden, wobei ich den Leser darauf aufmerksam mache, dass jede der Grössen α und β durch zwei gleichartige Formeln dargestellt ist, von welchen die zweite aus der ersten durch Substitution von ε und ε_1 für μ und μ_1 mittels der Beziehungen $AV\sqrt{\varepsilon}\sqrt{\mu} = 1$ und $AV\sqrt{\varepsilon_1}\sqrt{\mu_1} = 1$ erhalten ist.

Elektrische Kraft senkrecht zur Einfallsebene.

$$[1]\quad \alpha = \alpha_m = \frac{\mu_1 \sin r \cos i - \mu \sin i \cos r}{\mu_1 \sin r \cos i + \mu \sin i \cos r}$$

$$[2]\quad = \frac{\varepsilon \sin i \cos i - \varepsilon_1 \sin r \cos r}{\varepsilon \sin i \cos i + \varepsilon_1 \sin r \cos r}.$$

$$[3]\quad \beta = \frac{2\mu_1 \sin r \cos i}{\mu_1 \sin r \cos i + \mu \sin i \cos r}$$

$$[4]\quad = \frac{2\varepsilon \sin i \cos i}{\varepsilon \sin i \cos i + \varepsilon_1 \sin r \cos r}.$$

$$[5]\quad \beta_m = \frac{2\mu \sin i \cos i}{\mu_1 \sin r \cos i + \mu \sin i \cos r}$$

$$[6]\quad = \frac{2\varepsilon_1 \sin r \cos i}{\varepsilon \sin i \cos i + \varepsilon_1 \sin r \cos r}.$$

Elektrische Kraft parallel zur Einfallsebene.

$$[7]\quad \alpha = \alpha_m = \frac{\mu \sin i \cos i - \mu_1 \sin r \cos r}{\mu \sin i \cos i + \mu_1 \sin r \cos r}$$

$$[8]\quad = \frac{\varepsilon_1 \sin r \cos i - \varepsilon \sin i \cos r}{\varepsilon_1 \sin r \cos i + \varepsilon \sin i \cos r}.$$

$$[9]\quad \beta = \frac{2\mu_1 \sin r \cos i}{\mu \sin i \cos i + \mu_1 \sin r \cos r}$$

$$[10]\quad = \frac{2\varepsilon \sin i \cos i}{\varepsilon_1 \sin r \cos i + \varepsilon \sin i \cos r}.$$

$$[11]\quad \beta_m = \frac{2\mu \sin i \cos i}{\mu \sin i \cos i + \mu_1 \sin r \cos r}$$

$$[12]\quad = \frac{2\varepsilon_1 \sin r \cos i}{\varepsilon_1 \sin r \cos i + \varepsilon \sin i \cos r}.$$

Fresnel'sche Formeln.

Schwingungen senkrecht zur Einfallsebene:

$$[13]\quad \alpha = \frac{\sin r \cos i - \sin i \cos r}{\sin r \cos i + \sin i \cos r}.$$

$$[14]\quad \beta = \frac{2 \sin r \cos i}{\sin r \cos i + \sin i \cos r}.$$

Schwingungen parallel zur Einfallsebene:

$$[15] \qquad \alpha = \frac{\sin r \cos r - \sin i \cos i}{\sin r \cos r + \sin i \cos i}.$$

$$[16] \qquad \beta = \frac{2 \sin r \cos i}{\sin i \cos i + \sin r \cos r}.$$

Die Symmetrie der Formeln [1] bis [12] ist evident. Will man die Formeln [7], [8], [9], [10], [11] und [12] anschreiben, so braucht man nur der Reihe nach die Formeln [2], [1], [6], [5], [4] und [3] zu nehmen und in denselben β, β_m, ε, μ, ε_1 und μ_1 bezw. durch β_m, β, μ, ε, μ_1 und ε_1 zu ersetzen.

Da für die Mehrzahl der Körper μ sehr nahe den gleichen Wert hat, so können wir $\mu = \mu_1$ voraussetzen. Dann werden die Formeln [1], [3] und [9] identisch mit den [13], [14] und [16], während die Formeln [7] und [15] gleich und von entgegengesetztem Zeichen werden. Diese Verschiedenheit des Vorzeichens ist jedoch nur scheinbar. Bei Aufstellung seiner Formeln nahm nämlich Fresnel als positive Richtung der reflektierten Schwingung diejenige, für welche ihre Komponente in der Trennungsfläche positiv ist. Hier dagegen haben wir E' als positiv angenommen, während dessen Komponente $X' = E' \cos i' = -E' \cos i$ negativ ist.

Um zu den Formeln von Fresnel — welche bekanntermassen durch die Erfahrung bestätigt sind — zu gelangen, muss man somit annehmen, dass der Ätherschwingung nicht etwa die magnetische, sondern gerade die elektrische Kraft entspricht. Diese letztere steht mithin senkrecht auf der Polarisationsebene.

Wollte man, anstatt $\mu = \mu_1$ zu setzen, $\varepsilon = \varepsilon_1$ annehmen, so würden die Formeln [2] und [8] identisch mit [15], resp. [13], und die Formeln [6] und [12] identisch mit [16], resp. [14]. Nach dieser Hypothese wäre es die magnetische Kraft, welche sich in jeder Beziehung wie die Fresnel'sche Schwingung verhielte, und man müsste schliessen, dass die elektrische Kraft in der Polarisationsebene liege. Thatsächlich jedoch ist die Hypothese $\varepsilon = \varepsilon_1$ weit von der Wahrheit entfernt.

Eine Reihe von Autoren haben zu verschiedenen Zeiten Formeln für die Reflexion und Brechung der elektromagnetischen Wellen aufgestellt, sind aber nicht immer zu übereinstimmenden Resultaten gelangt.

So fand Fitzgerald[1]), von den Maxwell'schen Gleichungen ausgehend, für die Reflexion und Brechung Formeln, welche denjenigen von Mac Cullagh entsprechen.

J. J. Thomson[2]) erhielt für die Reflexion Formeln, welche mit den Formeln [1] und [7] unserer Tabelle identisch sind; für die Brechung dagegen erhielt er anstatt der Formeln [3] und [9] andere, welche sich aus den Formeln [5] und [11] ergeben, wenn man dieselben mit dem Faktor $\sqrt{\mu_1}/\sqrt{\mu}$ multipliziert; dies veranlasste ihn zu dem sonderbaren Schlusse, dass „der gebrochene Strahl im Verhältnis cos i/cos r *intensiver* ist", als es die Fresnel'schen Formeln verlangen.

Lord Rayleigh[3]) fand für die Reflexion Formeln, welche mit unseren Gleichungen [1] und [8] übereinstimmen; mit der Brechung befasste er sich nicht und beschränkte sich auf die Aussage, die betreffenden Formeln seien aus denjenigen für die Reflexion mit Hilfe des Prinzips der Erhaltung der Energie abzuleiten.

Lorentz[4]), der als Grundlage die Theorie von Helmholtz[5]) benützte, erhielt für die Reflexion die Fresnel'schen Formeln [13] und [15]; für die Brechung gelangte er zu Ausdrücken, welche sich aus den Fresnel'schen Formeln [14] und [16] durch Multiplikation mit $\varepsilon_1/\varepsilon$ ergeben. Zu diesem Mangel an Übereinstimmung zwischen den Formeln von Lorentz und Fresnel bemerkt der Referent in den „Beiblättern", E. W., in einer Fussnote, dass derselbe verschwindet, wenn das Licht eine zweite Brechung erleidet und dadurch in das erste Medium zurückkehrt.

---

[1]) Phil. Mag. (5), t. 7, p. 216. 1878.
[2]) Phil. Mag. (5), t. 9, p. 284. 1879.
[3]) Phil. Mag. (5), t. 12, p. 81. 1881.
[4]) Beibl. Bd. 1, p. 92. 1877.
[5]) Crelle's Journal 1870.

Tumlirz[1]) erhielt ähnliche Formeln wie die [1], [3], [7] und [9], aber vermittelst einer Methode, welche später von Goldhammer[2]) kritisiert wurde; indessen sind die Formeln, die Goldhammer selbst aufstellt, im wesentlichen mit jenen identisch. Ähnliche Formeln giebt auch Vaschy.[3])

Endlich hat Helmholtz[4]) neuerdings diesen Gegenstand ebenfalls behandelt. Da seine Betrachtung sich nicht auf die Werte der elektrischen Kraft bezieht, sondern auf diejenigen der magnetischen Polarisation, welche er für die einfallende, die reflektierte und die gebrochene Welle bezw. mit C_1, C_2 und C_3 bezeichnet, so findet er für die Reflexion, das heisst für das Verhältnis C_2/C_1, dieselben Ausdrücke wie [1] und [7]. Dieses Verhältnis C_2/C_1 entspricht nun dem anderen $\mu F'/\mu F = E'/E = \alpha$. Berechnet man dann mit den von Helmholtz aufgestellten Formeln das Verhältnis C_3/C_1, so gelangt man zu Ausdrücken, welche nichts anderes sind, als die mit dem Faktor μ_1/μ multiplizierten Gleichungen [5] und [11]. In der hier benutzten Bezeichnungsweise wird nun das Verhältnis $C_3/C_1 = \mu_1 F_1/\mu F$ oder $= \mu_1 \beta_m/\mu$. Die Helmholtz'schen Formeln stehen sonach mit den in dieser Abhandlung aufgestellten in vollkommener Übereinstimmung, aber sie führen nicht zu den Fresnel'schen Formeln, wenn man $\mu = \mu_1$ setzt.

Nur durch Betrachtung des Reflexions- und des Brechungsfaktors für die elektrische Kraft bekommt man Formeln, welche für $\mu = \mu_1$ in die Fresnel'schen übergehen. Berechnet man, wie dies Helmholtz thut, den Reflexions- und den Brechungsfaktor für die magnetische Polarisation, so erhält man, wenigstens für die Brechung, andere Formeln. Dasselbe ist der Fall, wenn man jene Faktoren für die magnetische Kraft oder für die elektrische Polarisation bestimmt.

Die Abweichungen zwischen den von den verschiedenen Autoren für die Brechung der elektromagnetischen Wellen gegebenen Formeln rühren in vielen Fällen davon her, dass

---

[1]) Die elektromagnetische Theorie des Lichtes. Leipzig 1883.

[2]) Wied. Ann. Bd. 47, p. 277. 1892.

[3]) Traité d' Électricité et de Magnétisme, t. 1, p. 406.

[4]) Wied. Ann. Bd. 48, p. 402. 1893.

diese Autoren willkürlich bald die magnetische Kraft, bald die Polarisation u. s. w. als der Lichtschwingung entsprechend betrachtet haben. So z. B. braucht man, um zu den Formeln von Lorentz zu gelangen, nur den Brechungsfaktor für die elektrische Polarisation zu berechnen.

Die gefundenen Formeln gestatten den Nachweis, dass die Energie der einfallenden Wellen sich vollständig auf die reflektierten und gebrochenen Wellen verteilt; und zwar findet man dies nicht nur im Ganzen bestätigt, sondern auch, wenn man *entsprechende* Anteile betrachtet, welche Projektionen eines und desselben Stückes der Trennungsfläche der beiden Dielektrika bilden.

Die Energie pro Volumeneinheit des von den einfallenden Wellen passierten Dielektrikums beträgt $\frac{1}{8\pi}(\varepsilon E^2 + \mu F^2)$[1]). Dieser Ausdruck lässt sich mittels der Formeln $\sqrt{\varepsilon}E = \pm\sqrt{\mu}F$ und $AV\sqrt{\varepsilon\mu} = 1$ in andere entsprechende, wie $\frac{1}{4\pi}\varepsilon E^2$, $\frac{1}{4\pi}\sqrt{\varepsilon\mu}EF$ oder auch $\frac{EF}{4\pi AV}$ umwandeln. Da E und F Funktionen von t sind, so ändert sich die Energie mit der Zeit; nimmt man aber diese Funktionen als periodisch an, so kann man für jede Periode T den mittleren Wert der in der Volumeneinheit enthaltenen Energie berechnen.

Nachdem dies vorausgeschickt ist, wollen wir eine einfallende, eine reflektierte und eine gebrochene Welle betrachten, wobei jedoch die letzteren beiden so gewählt sein sollen, dass in ihnen die elektrische und die magnetische Kraft die gleiche Phase haben wie in der einfallenden Welle. Sind E und F diese Kräfte in der einfallenden Welle, so sind dieselben in der reflektierten: $E' = \alpha E$ und $F' = \alpha_m F$; und in der gebrochenen Welle: $E_1 = \beta E$ und $F_1 = \beta_m F$. Betrachten wir ferner die drei Wellen in der Lage, in welcher sie sich nach einer Zeit dt befinden; dann nehmen wir ein beliebiges Stück a der Trennungsfläche der beiden Medien und legen

---

[1]) Loc. cit. p. 213

durch sämtliche Punkte seines Umfanges die Normalen zu den drei Wellensystemen Die drei Zylinderflächen, deren Mantellinien diese Normalen sind, schneiden aus den drei unendlich dünnen Schichten, welche durch die successiven Lagen der Wellen begrenzt sind, Stücke heraus, deren Volumina bezw.:

$$a \cos i.\ V dt,\ a \cos i.\ V dt \text{ und } a \cos r.\ V_1 dt$$

betragen. In diesen Stücken ist bezw. die Energie:

$$\frac{aEF}{4\pi A} \cos i\, dt,\ \frac{aEF}{4\pi A} \cos i \cdot \alpha\alpha_m dt \text{ und } \frac{aEF}{4\pi A} \cdot \cos i \cdot \beta\beta_m dt$$

enthalten. Die Summe der beiden letzten Anteile beträgt:

$$\frac{aEF}{4\pi A} \cos i\, dt \left(\alpha\alpha_m + \frac{\cos r}{\cos i} \beta\beta_m\right).$$

Nun findet man, sei es mit den Werten [1], [3] und [5], sei es mit den Werten [7], [9] und [11], dass der in Klammer eingeschlossene Faktor des obigen Ausdrucks gleich der Einheit ist.

Die Energien der drei korrespondierenden Volumina stehen demnach in der Beziehung zu einander, dass diejenige des Volumens der einfallenden Welle gleich der Summe der Energien der korrespondierenden Volumina der reflektierten und der gebrochenen Welle ist.

Die gleiche Beziehung zwischen den drei Energien ist offenbar auch vorhanden, wenn man anstatt korrespondierender Volumina von unendlich kleiner Dicke soche Volumina betrachtet, deren Dicke in der Fortpflanzungsrichtung der Wellen gleich der Wellenlänge ist. Die drei Energien betragen dann nämlich:

$$\frac{a \cos i}{4\pi A} \int_t^{t+T} EF dt,\ \frac{a \cos i}{4\pi A} \alpha\alpha_m \int_t^{t+T} EF dt,\ \frac{a \cos r}{4\pi A} \beta\beta_m \int_t^{t+T} EF dt,$$

und die Summe der beiden letzten ist auch jetzt noch gleich der ersten. Es ist in diesem Falle sogar nicht einmal mehr erforderlich, die Phasen in den drei Wellen, welche die Basis der korrespondierenden Volumina bilden, als gleich anzunehmen. In den verschiedenen unendlich dünnen Schichten, in welche man sich eine Schicht, deren Dicke gleich der Wellenlänge

ist, zerlegt denken kann, finden sich ja doch immer alle möglichen Phasen vor, welches auch die Phase in der Basis der Schicht sein mag.

Für drei korrespondierende Volumina, deren Dicke gleich der Wellenlänge (oder einem Vielfachen derselben) ist, lässt sich sonach die Behauptung aufstellen, dass die Energie in dem betreffenden Volumen der einfallenden Welle gleich der Summe der Energien in dem entsprechenden Volumen der reflektierten und der gebrochenen Welle ist.

Zwischen den mittleren Energien pro Volumeneinheit besteht eine andere Beziehung. Bezeichnen wir diese mittleren Energien pro Volumeneinheit für die einfallende, die reflektierte und die gebrochene Welle bezw. mit w, w' und w_1; dieselben sind nichts anderes als die vorstehenden Ausdrücke, geteilt durch die betreffenden Volumina, also bezw. durch $a \cos i \cdot \lambda$, $a \cos i \cdot \lambda$ und $a \cos r \cdot \lambda_1$, wenn λ und λ_1 die Wellenlängen in den beiden Dielektricis bezeichnen. Die drei besagten Ausdrücke lassen sich demnach folgendermassen schreiben:

$$w a\lambda \cos i,\ w' a\lambda \cos i,\ w_1 a\lambda_1 \cos r;$$

und da der erste, wie wir gesehen haben, gleich der Summe der beiden letzten ist, so folgt:

$$w \sin 2i = w' \sin 2i + w_1 \sin 2r.$$

Dies ist demnach die Beziehung zwischen den mittleren Energien pro Volumeneinheit.

Den vorstehenden Betrachtungen lässt sich eine andere Form geben, wenn man den Begriff der Bewegung der elektromagnetischen Energie [1]) einführt.

Der Ausdruck $\frac{a \cos i}{4\pi A} \int_t^{t+T} EF dt$ stellt die in einer zu den einfallenden Wellen parallelen Schicht, deren Basis = a cos i und deren Dicke gleich der Wellenlänge ist, enthaltene Energie dar; gleichzeitig aber giebt derselbe die Energie, welche in der Zeit T durch die Fläche a cos i hindurchtritt. Die mitt-

[1]) Loc. cit, p. 233. — Poynting. Phil. Trans. t. 175, p. 343.

lere Energie, welche in der Zeiteinheit durch diese Fläche hindurchtritt, beträgt sonach:

$$\frac{a \cos i}{4\pi AT} \int_{t}^{t+T} EF dt, \quad \text{oder} \quad Wa \cos i,$$

wenn W die Energie bezeichnet, welche in der Zeiteinheit durch die Flächeneinheit hindurchtritt, oder mit anderen Worten, wenn wir setzen:

$$W = \frac{1}{T} \int_{t}^{t+T} \frac{EF}{4\pi A} dt.$$

Analog sollen W' und W_1 die Energien bezeichnen, welche in der Zeiteinheit durch eine zu den reflektierten bezw. zu den gebrochenen Wellen parallele Flächeneinheit hindurchtreten, oder es soll sein:

$$W' = \frac{1}{T} \int_{t}^{t+T} \frac{E'F'}{4\pi A} dt, \quad W_1 = \frac{1}{T} \int_{t}^{t+T} \frac{E_1 F_1}{4\pi A} dt.$$

Die Energien, welche in der Zeiteinheit durch die zu den reflektierten, bezw. zu den gebrochenen Wellen parallelen Flächen a cos i, bezw. a cos r hindurchtreten, betragen dann:

$$W' a \cos i, \quad W_1 a \cos r.$$

Und da nun

$$W' = \alpha\alpha_m W, \quad W_1 = \beta\beta_m W$$

ist, so erkennt man, dass

$$Wa \cos i = W'a \cos i + W_1 a \cos r.$$

Oder mit Worten: Die Energie, welche die einfallenden Wellen in der Zeiteinheit durch die zu ihnen parallele Fläche a cos i hindurchsenden, ist gleich der Summe der Energien, welche die reflektierten Wellen durch die zu ihnen parallele Fläche a cos i und die gebrochenen Wellen durch die zu ihnen parallele Fläche a cos r in derselben Zeit hindurchsenden. Oder auch: Die Energie, welche die einfallenden Wellen in der Zeiteinheit bis zu einem beliebigen Stück a der Trennungsfläche zweier Medien gelangen lassen, ist gleich der Summe der Energien, welche in den reflektierten und den gebrochenen Wellen das nämliche Stück in derselben Zeit verlassen. Somit kann man

Durch Elimination von δ zwischen diesen Gleichungen erhalten wir die Gleichung der elliptischen Schwingungskurve, nämlich:

$$\frac{x_1^2}{k^2 \sin^2\alpha} + \frac{y_1^2}{h^2 \cos^2\alpha} - \frac{2x_1 y_1 \cos\varphi}{h\,k \sin\alpha \cos\alpha} = \sin^2\varphi.$$

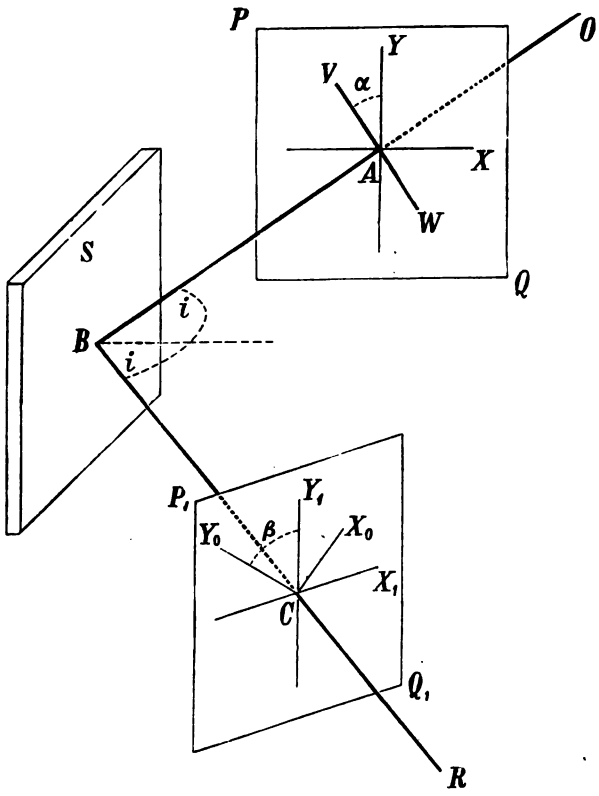


Fig. 39.

Das Verhältnis zwischen den Axen dieser Ellipse, sowie den Winkel, den ihre grosse Axe mit der CY_1-Axe einschliesst, finden wir folgendermassen.

Wir nehmen zwei neue rechtwinklige Axen $C\,X_0$ und $C\,Y_0$ mit dem Ursprung C und bezeichnen mit β den Winkel, welchen die neue y-Axe mit CY_1 einschliesst; derselbe kann

positiv oder negativ, aber nicht grösser als 90^0 sein. Sind x_0 und y_0 die Koordinaten mit Bezug auf die neuen Axen, so haben wir zu setzen:

$$x_1 = x_0 \cos\beta - y_0 \sin\beta,\ y_1 = y_0 \cos\beta + x_0 \sin\beta.$$

Durch Einführung dieser Werte in die Gleichung der Ellipse beziehen wir diese auf die neuen Axen und erhalten schliesslich:

$$\frac{x_0^2}{a^2} + \frac{y_0^2}{b^2} + 2m x_0 y_0 = 1,$$

worin die Koeffizienten durch folgende Gleichungen gegeben sind:

$$a^2 = h^2k^2 \sin^2\alpha \cos^2\alpha \sin^2\varphi : (h^2 \cos^2\alpha \cos^2\beta + k^2 \sin^2\alpha \sin^2\beta - 2hk \sin\alpha \cos\alpha \sin\beta \cos\beta \cos\varphi),$$

$$b^2 = h^2k^2 \sin^2\alpha \cos^2\alpha \sin^2\varphi : (h^2 \cos^2\alpha \sin^2\beta + k^2 \sin^2\alpha \cos^2\beta + 2hk \sin\alpha \cos\alpha \sin\beta \cos\beta \cos\varphi),$$

$$m \cdot h^2k^2 \sin^2\alpha \cos^2\alpha \sin^2\varphi = (k^2 \sin^2\alpha - h^2 \cos^2\alpha) \sin\beta \cos\beta + hk \sin\alpha \cos\alpha \cos\varphi (\sin^2\beta - \cos^2\beta).$$

Bestimmt man nun β in der Weise, dass $m = 0$ wird, so ist die Ellipse auf ihre Axen bezogen und β ist nichts anderes als der Winkel, welchen eine der Axen der Ellipse mit $C Y_1$ einschliesst. Löst man aber die Gleichung $m = 0$ nach $tg\beta$ auf, so findet man:

$$tg\beta = \frac{1 - n^2 tg^2\alpha \pm r}{2n tg\alpha \cos\varphi},$$

worin

$$n = k/h,\ r^2 = (1 - n^2 tg^2\alpha)^2 + 4n^2 tg^2\alpha \cos^2\varphi$$

zu setzen ist.

Unentschieden bleibt dann noch, welches Vorzeichen in der obigen Gleichung r zu bekommen hat, damit β wirklich der Winkel der grossen Axe mit CY_1 wird. Jede Unsicherheit wird indessen beseitigt, wenn man den Wert des Axenverhältnisses der Ellipse, oder, was dasselbe ist, den Wert von a^2/b^2 anschreibt. Aus den obigen Gleichungen ergiebt sich:

$$\frac{a^2}{b^2} = \frac{tg^2\beta + n^2 tg^2\alpha + 2n tg\alpha tg\beta \cos\varphi}{1 + n^2 tg^2\alpha tg^2\beta - 2n tg\alpha tg\beta \cos\varphi},$$

und man braucht darin nur den Wert von $tg\beta$ einzusetzen. Nach den erforderlichen Reduktionen erhält man:

$$\frac{a^2}{b^2} = \frac{1 - n^2tg^2\alpha + 2n^2tg^2\alpha \cos^2\varphi \pm r}{n^2tg^2\alpha(1 - n^2tg^2\alpha - 2\cos^2\varphi \pm r)}.$$

Für unseren Zweck ist es jedoch vorteilhafter, den Ausdruck für a^2/b^2 in eine andere Form zu bringen. Man gelangt zu derselben, indem man für $\cos^2\varphi$ dessen Wert, der aus der Gleichung für r^2 zu entnehmen ist, einsetzt und dann den Zähler und den Nenner durch $1 \pm r - n^2tg^2\alpha$ dividiert. Auf diese Weise findet sich schliesslich:

$$\frac{a^2}{b^2} = \frac{1 + n^2tg^2\alpha \pm r}{1 + n^2tg^2\alpha \mp r}.$$

Übrigens ist leicht zu konstatieren, dass durch Gleichsetzung der beiden letzten Formeln für a^2/b^2 eine Identität resultiert.

Betrachtet man nun den letzten Ausdruck, so sieht man sofort, dass $a > b$ wird, wenn man für r das obere Vorzeichen nimmt, dagegen $b > a$, wenn r das untere Vorzeichen erhält. Da aber β der Winkel der y_0-Axe, oder der Halbaxe b mit CY_1 sein sollte, so müssen wir, wenn dieser Winkel sich auf die grosse Axe der Ellipse beziehen soll, für r das untere Vorzeichen wählen. Den definitiven Wert von β giebt somit die Gleichung:

$$tg\beta = -\frac{r - 1 + n^2tg^2\alpha}{2n\,tg\alpha\cos\varphi}.$$

Berücksichtigt man, dass $r > 1 - n^2tg^2\alpha$ ist, so zeigt sich, dass $tg\beta$, und demnach auch β, negativ wird für $\varphi < \frac{\pi}{2}$, und positiv für $\varphi > \frac{\pi}{2}$. Der erste Satz ist damit bewiesen.

Um den zweiten Satz zu beweisen, nehme man den absoluten Wert von $tg\beta$, der in jedem Falle

$$tg\beta = \frac{r - 1 + n^2tg^2\alpha}{2n\rho\,tg\alpha}$$

beträgt (worin ρ den zwischen 0 und 1 liegenden absoluten Wert von $\cos\varphi$ bezeichnet), oder auch

$$tg\beta = \frac{1}{\sqrt{p^2 + 1} + p},$$

indem man der Kürze halber

$$p = \frac{1 - n^2tg^2\alpha}{2n\rho\,tg\alpha}$$

einführt. Setzt man $\rho = 1$, so wird $p = \frac{1 - n^2 tg^2\alpha}{2n tg\,\alpha}$ und $tg\beta = n\,tg\,\alpha$; für $\rho < 1$ dagegen ist der Wert von p grösser und derjenige von $tg\beta$ kleiner als für $\rho = 1$. Es ist also dann $tg\beta < n\,tg\,\alpha$ und da $n < 1$, so ist um so mehr $tg\beta < tg\alpha$. Dem absoluten Betrage nach ist also stets $\beta < \alpha$, und damit ist auch der zweite Satz bewiesen.

Beilage *F.*

Ueber zirkular oder elliptisch polarisirte elektromagnetische Wellen.

Um uns klar zu machen, worin die elektromagnetischen Wellen bestehen, welche ich *Wellen mit kreisförmigen* oder *mit elliptischen Schwingungen* genannt habe und welche den mit denselben Namen belegten Lichtwellen analog sind, beginnen wir mit der Betrachtung eines Dielektrikums, innerhalb dessen sich in der Richtung Ox (Fig. 40) ebene elektromagnetische Wellen der gewöhnlichen Art fortpflanzen. Wir wollen annehmen, dass die elektrischen Schwingungen parallel zur Axe Oy stattfinden, dass sie also etwa von einem zu dieser Axe parallelen und mit parabolischem Reflektor versehenen Oszillator herrühren.

Die Polarisationsebene dieser Wellen ist demnach die Ebene z Ox.

Die elektrische Kraft zur Zeit t in einem Punkte A, dessen Entfernung OA vom Ursprung = x ist, sei

$$Y = \sin \frac{2\pi}{T}(t - \frac{x}{V}),$$

worin T die Schwingungsperiode und V die Fortpflanzungsgeschwindigkeit bedeutet. Es ist also angenommen, dass der Maximalwert der elektrischen Kraft = 1 ist und dass dieselbe nach dem Sinusgesetz der Lichtschwingungen variiert

In den Hertzschen Fundamentalgleichungen:

$$A\varepsilon \frac{dX}{dt} = \frac{dM}{dz} - \frac{dN}{dy} \text{ etc}; \quad A\mu \frac{dL}{dt} = \frac{dZ}{dy} - \frac{dY}{dz} \text{ etc.}$$

werde

$$X = 0,\ Y = \sin\frac{2\pi}{T}(t - \frac{x}{V}) = \sin\vartheta,\ Z = 0$$

gesetzt, so ergiebt sich unter Berücksichtigung der Beziehung $AV\sqrt{\varepsilon}\sqrt{\mu} = 1$:

$$L = 0,\ M = 0,\ \sqrt{\mu}N = -\sqrt{\varepsilon}\sin\vartheta.$$

Die magnetische Kraft N ist also nach der negativen Seite der z-Axe gerichtet; in der Figur ist sie durch A N und die elektrische Kraft durch AY dargestellt.

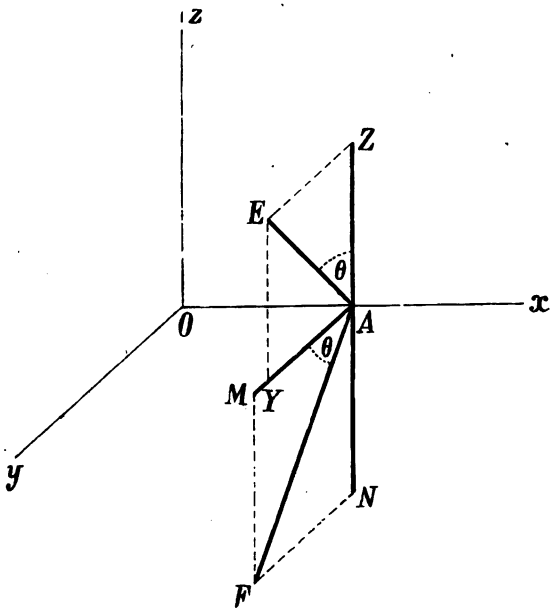


Fig. 40.

In einem beliebigen Moment haben die beiden Kräfte Y und N in sämtlichen Punkten der in A zu Ox senkrechten Ebene denselben Wert, desgleichen in allen zu ihr parallelen Ebenen, welche ihr in Intervallen von der Grösse TV, das heisst in Abständen gleich der Wellenlänge vorangehen oder nachfolgen. Innerhalb eines jeden solchen Intervalles haben die beiden Kräfte in demselben Moment von Ort zu Ort verschiedene Werte; eine jede variiert nach den Ordinaten einer Sinuskurve, deren Axe Ox ist. Um den Zustand des Die-

lektrikums in den folgenden Momenten zu kennen, braucht man sich nur die Sinuskurven in der Richtung Ox mit der Geschwindigkeit V verschoben zu denken.

Analog repräsentieren die Gleichungen:

$$X = 0,\ Y = 0,\ Z = \cos\vartheta,$$
$$L = 0,\ \sqrt{\mu}M = \sqrt{\varepsilon}\cos\vartheta,\ N = 0$$

eine Welle mit elektrischen Schwingungen parallel zu Oz, welche sich in der Richtung Ox fortpflanzt, gegen die vorige Welle aber eine Phasendifferenz $= \pi/2$ besitzt. In der Figur ist die elektrische Kraft Z durch die Gerade AZ und die magnetische Kraft M durch AM dargestellt.

Lässt man die beiden Systeme gleichzeitig zusammen bestehen, setzt man also

$$X = 0,\ Y = \sin\vartheta,\ Z = \cos\vartheta,$$
$$L = 0,\ \sqrt{\mu}M = \sqrt{\varepsilon}\cos\vartheta,\ \sqrt{\mu}N = -\sqrt{\varepsilon}\sin\vartheta,$$

so hat man eine Welle mit kreisförmigen Schwingungen, das heisst eine Welle nach Art derjenigen, welche in der Optik als zirkular-polarisiert bezeichnet werden. Setzt man dann die elektrischen Kräfte Y und Z zu einer einzigen E und die magnetischen M und N zu einer einzigen F zusammen, so resultiert offenbar $E = 1$ und $\sqrt{\mu}F = \sqrt{\varepsilon}$. Die beiden Kräfte, welche in der Figur durch AE und AF dargestellt sind, haben also in diesem Falle konstante Intensität. Was sich ändert, ist ihre Richtung. E bildet mit AZ, und F mit AY einen Winkel $\vartheta = \frac{2\pi}{T}(t - \frac{x}{V})$. Den Zustand des Dielektrikums, in welchem sich die Welle mit kreisförmigen Schwingungen fortpflanzt, können wir uns nach diesen Darlegungen folgendermassen vorstellen. In einem gegebenen Moment haben in den verschiedenen Punkten einer etwa in A zur Fortpflanzungsrichtung der Wellen senkrechten Ebene die beiden zu einander orthogonalen Kräfte E und F eine gewisse Richtung; die gleiche Richtung und die gleiche Intensität besitzen sie in allen Ebenen, welche zu jener parallel und von ihr um ein ganzes Vielfaches der Grösse TV, das heisst der Wellenlänge, entfernt sind. In der That variiert ϑ, wenn

x um ein ganzes Vielfaches von TV wächst, um ein ganzes Vielfaches von 2π. In den dazwischen liegenden Ebenen ist die Intensität der Kräfte auch dieselbe, aber ihre Richtung ist eine andere, da ϑ proportional zu x variiert. Denkt man sich also durch jeden Punkt A der Geraden Ox eine Gerade AE gelegt, welche die elektrische Kraft darstellt, so gehören die Enden E aller dieser Geraden einer Schraubenlinie an, deren Ganghöhe gleich der Wellenlänge ist. Eine analoge Schraube, welche gegen die vorige um 90^0 um die x-Axe gedreht ist, giebt eine Vorstellung von der Verteilung der magnetischen Kraft F in dem betrachteten Augenblick

Um nun die zeitlichen Veränderungen der beiden Kräfte in dem Dielektrikum zu kennen, braucht man nur anzunehmen, dass die beiden Schrauben in der Richtung der x-Axe mit der Geschwindigkeit V verschoben werden.

Man kann also sagen, dass ein Strahl elektrischer Kraft mit kreisförmigen Schwingungen ein notwendigerweise gleichzeitig elektrisches und magnetisches Drehfeld bildet, in welchem in jedem Augenblick die Richtung der Kräfte längs der Punkte der Axe nach der soeben definierten Schraubenlinien-Regel[1]) variiert.

Auf ähnliche Weise kann man sich von den elliptisch polarisierten elektromagnetischen Wellen eine klare Vorstellung verschaffen.

Man lasse zwei ebene Wellen, die sich in der Richtung Ox fortpflanzen, nebeneinander bestehen; die elektrische Kraft soll in der einen parallel zu Oy gerichtet und durch a sin ϑ (wobei immer $\vartheta = \frac{2\pi}{T}(t - \frac{x}{V})$ zu setzen ist) gegeben, in der anderen parallel zu Oz gerichtet und durch b cos ϑ gegeben sein. Die Komponenten der elektrischen und der magnetischen

[1]) Die Versuche, welche ich angestellt habe, um mittels eines zirkularpolarisierten Strahles elektrischer Kraft oder eines intensiven zirkularpolarisierten Lichtstrahles die bekannten Wirkungen der Drehfelder zu erhalten, haben bis jetzt, auch bei Benützung sehr dünner Quarzfäden zum Aufhängen der untersuchten Körper, nicht zu befriedigenden Ergebnissen geführt.

Kraft in der resultierenden Welle, welche einer elliptisch polarisierten Lichtwelle analog ist, sind:

$$X = 0,\ Y = a \sin \vartheta,\ Z = b \cos \vartheta,$$

$$L = 0,\ \sqrt{\mu}\, M = \sqrt{\varepsilon}\, b \cos \vartheta,\ \sqrt{\mu}\, N = -\sqrt{\varepsilon}\, a \sin \vartheta.$$

Betrachten wir zunächst die Komponenten XYZ der elektrischen Kraft $E = \sqrt{a^2 \sin^2 \vartheta + b^2 \cos^2 \vartheta}$. Nehmen wir an, dass a und b die Amplituden der geradlinigen Komponenten sind, so stellen XYZ die Koordinaten des Ortes dar, an welchem sich das schwingende Aetherteilchen der Fresnel'schen Theorie befindet; die elektrische Kraft E ist somit der Grösse und Richtung nach durch die Gerade repräsentiert, welche das Teilchen mit seiner Gleichgewichtslage verbindet. Nach jener Theorie beschreibt nun das Teilchen eine Ellipse, die in der Wellenebene liegt und die Gleichung:

$$\frac{Y^2}{a^2} + \frac{Z^2}{b^2} = 1$$

hat; und diese elliptische Bewegung ist die Projektion einer gleichförmigen Kreisbewegung. Die Art, wie die elektrische Kraft E in einem Punkte A des Dielektrikums mit der Zeit variiert, lässt sich mithin folgendermassen beschreiben.

Durch A seien zwei Ebenen gelegt, von welchen die eine, P, senkrecht zu Ox und demnach parallel zu den Wellen, die andere so orientiert sei, dass ein auf ihr gezogener Kreis mit dem Zentrum A zur Projektion auf die Ebene P die Ellipse $\frac{Y^2}{a^2} + \frac{Z^2}{b^2} = 1$ habe. Offenbar wird die zweite Ebene durch den Schnitt der Ebene P mit der Ebene yOx gehen, falls $a > b$ ist, und durch den Schnitt von P mit der Ebene zOx, falls $b > a$ ist; der Radius des Kreises wird im ersteren Falle $= a$, im letzteren $= b$ sein. Nimmt man nun an, ein Radius dieses Kreises rotiere mit konstanter Geschwindigkeit um den Mittelpunkt und brauche zu jeder Umdrehung die Zeit T, so stellt seine Projektion auf die Ebene P beständig die elektrische Kraft E im Punkte A der Grösse wie der Richtung nach dar.

In einem gegebenen Augenblick hat die Kraft E die gleiche Richtung und den gleichen Wert nicht allein in allen

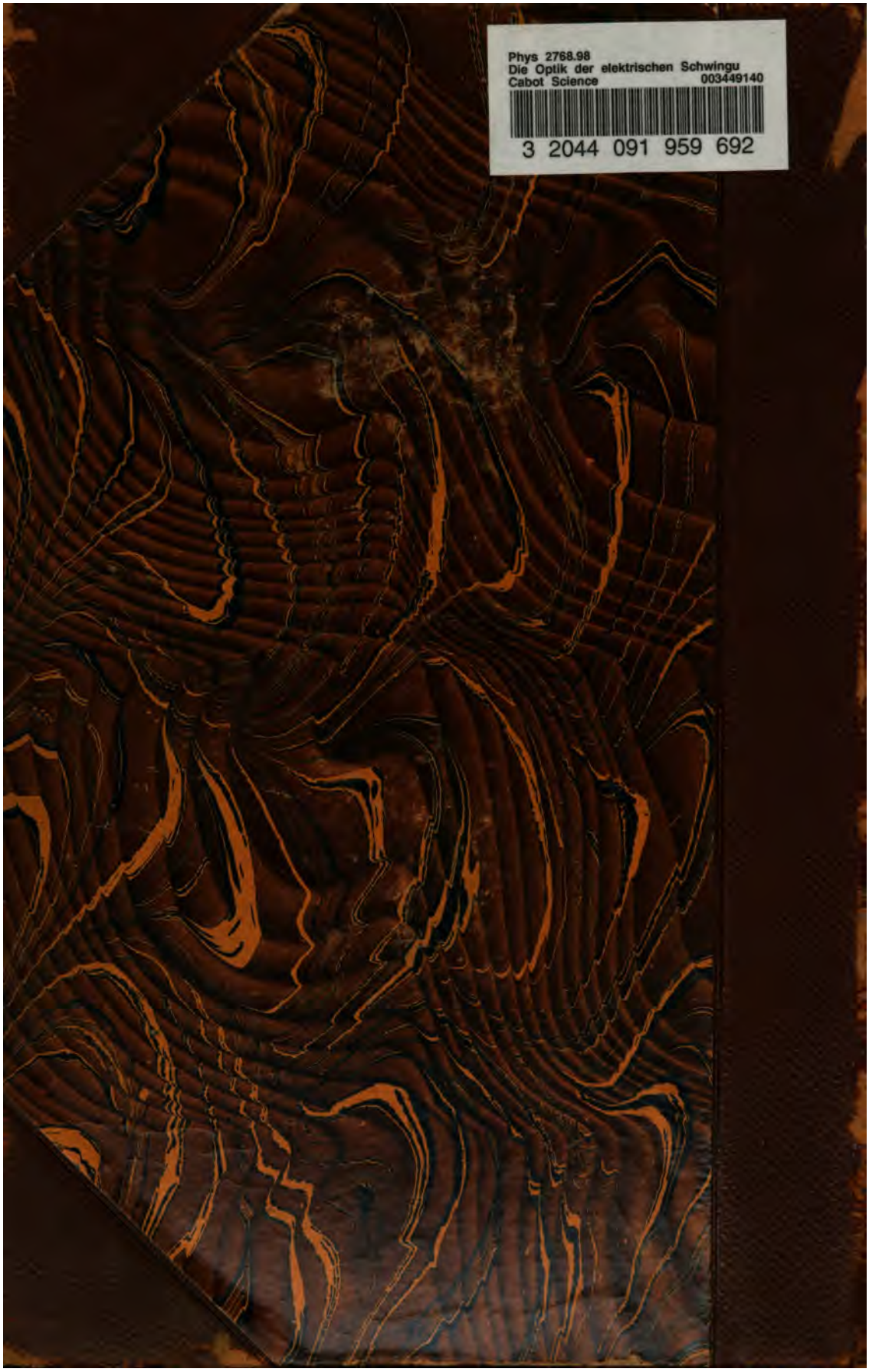
Punkten der Ebene P, sondern auch in allen Punkten sämtlicher Ebenen, die zu P parallel und von derselben um ein ganzes Vielfaches der Wellenlänge entfernt sind; auf den dazwischen liegenden Ebenen hat E eine andere Grösse und Richtung, welche durch den proportional zum Abstand von P veränderlichen Wert des Winkels zwischen dem beweglichen Radius und einer festen Richtung in der Ebene des Kreises bestimmt sind.

Denkt man sich demnach durch sämtliche Punkte einer zu den Wellen senkrechten Geraden, wie Ox, gerade Linien gelegt, welche der Grösse und Richtung nach die in einem gegebenen Augenblick dort vorhandene elektrische Kraft darstellen, so bilden die Enden dieser Geraden eine Schraubenlinie, die auf einem Zylinder liegt, dessen Transversalschnitt die Ellipse $\frac{Y^2}{a^2}+\frac{Z^2}{b^2}=1$ ist und dessen Mantellinien parallel zu Ox sind. Nimmt man dann an, diese Kurve verschiebe sich in der Richtung der Wellenfortpflanzung Ox mit der konstanten Geschwindigkeit V, so giebt dieselbe eine Vorstellung von dem Werte, welchen die Kraft E in den verschiedenen Punkten der Geraden Ox (und ebenso in sämtlichen Punkten der zu Ox normalen Ebenen) in den aufeinanderfolgenden Momenten besitzt.

Hat man auf solche Weise einmal eine vollständige Kenntnis der elektrischen Kraft E erlangt, so wird man sich auch die Verteilung der magnetischen Kraft F im Raume und der Zeit unschwer vorstellen; es braucht nur daran erinnert zu werden, dass, wie aus den weiter oben entwickelten sechs Gleichungen hervorgeht, F zu E senkrecht und mit E durch die Beziehung $\sqrt{\mu}\,F=\sqrt{\varepsilon}\,E$ verbunden ist.

Natürlich könnte man das zur Erklärung der Verteilung der beiden Kräfte in einem Dielektrikum im Falle geradliniger oder kreisförmiger Schwingungen Gesagte auch als speziellen Fall aus den Erläuterungen über die elliptischen Schwingungen ableiten.

Druck von Max Schmersow vorm. Zahn & Baendel, Kirchhain N.-L.


Phys 2768.98
Die Optik der elektrischen Schwingu
Cabot Science
003449140
3 2044 091 959 692